دفترچه پاسخ

آزمون ۲۶ بهمن ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	کاظم اجلالی-شاهین پروازی-محمدابراهیم توزنده‌جانی-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه-محمد زنگنه-حسین شفیع‌زاده سیدماهد عبدی-حمید علیزاده-کیان کریمی‌خراسانی-رضا ماجدی-مهرداد ملوندی-میلاد منصوری-نیما مهندس علیرضا نداف‌زاده-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
	هندسه و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-جواد ترکمن-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی-فرشاد صدیقی‌فر-هومن عقیلی-مهرداد ملوندی-نیما مهندس سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-عبدالرضا امینی‌نسب-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی محسن سلماسی‌وند-معصومه شریعت‌ناصری-محمد مقدم-محمدکاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-افشین مینو-حسام نادری مجتبی نکوئیان
	شیمی	امیرعلی بیات-علیرضا بیانی-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی-یاسر راش حسین شاهسواری-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-امیرمحمد کنگرانی‌فراهانی-محسن مجنونی-هادی مهدی‌زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	نیما مهندس	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب محمد خندان	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمدکریمی محمد خندان	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمدکریمی محمد خندان	بهنام شاهنی زهره آقامحمدی	حسین شاهسواری محمدحسن محمدزاده مقدم آرش ظریف محمدرضا جمشیدی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی اوستا عباسی ماهان فرهمندفر	ماهان فرهمندفر
مسئول درس	سیدماهد عبدی مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار - علیرضا عباسی‌زاهد - محمدرضا مهدوی			کیان مکی ابراهیم نوری پرهام مهرآرا	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

آزمونیاک | azmooniak

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا نداف‌زاده)*

مقدار تابع f در $x=0$ برابر صفر است و داریم:

$$f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x[1+\sin x]-x[\cos x-1]}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0^+}([1+\sin x]-[\cos x-1])=[1+0^+]-[\underbrace{1^-}_{0^-}-1]=1-(-1)=2$$

$f'_-(0)=\lim_{x\to 0^-}([1+\sin x]-[\cos x-1])$ ؛ به طریق مشابه

$$=[\underbrace{1+0^-}_{1^-}]-[1^--1]=0-(-1)=1$$

در نتیجه حاصل عبارت خواسته شده برابر ۳ می‌شود.

(حسابان ۲- صفحهٔ ۸۷)

۲- **گزینهٔ «۳»** *(جهانبخش نیکنام)*

با توجه به نمودار تابع f و تعریف مشتق چپ و راست داریم:

$$g'_+(2)=\lim_{x\to 2^+}\frac{g(x)-g(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(x-2)(x+3)[f(x)]}{x-2}$$

$$=5\times 5=25$$

$$g'_-(2)=\lim_{x\to 2^-}\frac{g(x)-g(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{(x-2)(x+3)[f(x)]}{x-2}$$

$$=5\times 2=10$$

$$\Rightarrow g'_+(2)-g'_-(2)=15$$

(حسابان ۲- صفحهٔ ۸۷)

۳- **گزینهٔ «۴»** *(غلامرضا نیازی)*

مشتق‌های راست و چپ تابع f را در نقطه $x=1$ به دست می‌آوریم:

$$f'_+(1)=\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt[3]{x(x^2-2x+1)}-0}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt[3]{x}.\sqrt[3]{(x-1)^2}}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x-1}}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

$$f'_-(1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{\sqrt[3]{x(x^2-2x+1)}-0}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{\sqrt[3]{x}.\sqrt[3]{(x-1)^2}}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x-1}}=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

تابع f در نقطه به طول $x=1$ دارای مشتق چپ و راست نابرابر و نامتناهی است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۴- **گزینهٔ «۳»** *(شاهین پروازی)*

ضابطهٔ fof را تشکیل می‌دهیم:

$$(fof)(x)=f(x)-2[f(x)]=x-2[x]-2[x-2[x]]$$

$$=x-2[x]-2[x]+4[x]=x\Rightarrow (fof)(x)=x$$

می‌دانیم «$D_{g'}=D_g-\{\text{نقاط مشتق‌ناپذیر } g\}$»؛ با توجه به ضابطهٔ توابع f و $g=fof$ داریم $D_g=\mathbb{R}$ و همچنین تابع $g(x)=x$ در تمام نقاط دامنه‌اش مشتق‌پذیر است، پس:

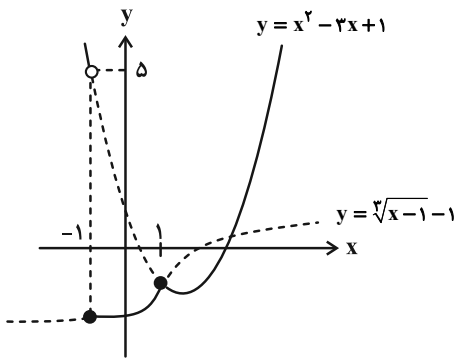
$$D_{g'}=\mathbb{R}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۵- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا نداف‌زاده)*

تابع f در $x=1$ پیوسته و در $x=-1$ ناپیوسته است. (بررسی کنید.)

نمودار تابع f به صورت زیر است:



نقطه به طول $x=-1$ نمی‌تواند نقطهٔ گوشه‌ای تابع f باشد، چون f در آن ناپیوسته است؛ پس تابع f فقط یک نقطهٔ گوشه‌ای دارد. در نقطهٔ به طول $x=1$، نیم‌مماس‌های راست و چپ را به دست می‌آوریم:

$$f'_-(1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{\sqrt[3]{x-1}-1-(-1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}=+\infty$$

نیم‌مماس چپ در این نقطه به صورت خط قائم است که معادلهٔ آن $x=1$ می‌باشد.

$$f'_+(1)=\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-3x+1-(-1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-3x+2}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}(x-2)=-1$$

معادلهٔ نیم‌مماس راست به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{نقطهٔ }(1,-1)\Rightarrow y-(-1)=-1(x-1)\Rightarrow y+1=-x+1$$

$$\Rightarrow y+x=0$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

azmooniak | آزمونیاک

۶- **گزینهٔ «۴»** *(رضا ماجدی)*

ضابطهٔ تابع به صورت زیر می‌شود:

$$y=\sqrt{۴x^۲+۱۲x+۹}-\sqrt{۴x^۲+۲۰x+۲۵}$$

$$\Rightarrow y=\sqrt{(۲x+۳)^۲}-\sqrt{(۲x+۵)^۲}=|۲x+۳|-|۲x+۵|$$

نقاط مشتق‌ناپذیر این تابع، همان ریشه‌های ساده عبارات داخل قدرمطلق هستند:

$$۲x+۳=۰\Rightarrow x=-\frac{۳}{۲}\Rightarrow y=-۲\Rightarrow A=(-\frac{۳}{۲},-۲)$$

$$۲x+۵=۰\Rightarrow x=-\frac{۵}{۲}\Rightarrow y=۲\Rightarrow B=(-\frac{۵}{۲},۲)$$

در نتیجه:

$$AB=\sqrt{(-\frac{۳}{۲}-(-\frac{۵}{۲}))^۲+(-۲-۲)^۲}=\sqrt{۱+۱۶}=\sqrt{۱۷}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۷- **گزینهٔ «۳»** *(نیما مهندس)*

سؤال عملاً در مورد دامنهٔ مشتق تابع $fog(x)$ است. ابتدا ضابطهٔ این تابع را تشکیل می‌دهیم:

$$fog(x)=\frac{[\frac{۱}{۲}|x|]}{|x|-۲}$$

اولاً در ریشه‌های مخرج یعنی $x=\pm ۲$ حتماً ناپیوستگی (مجانب قائم) و مشتق‌ناپذیری داریم.

ثانیاً به ازای مقادیر از x که $\frac{۱}{۲}|x|$ عددی صحیح شود، تابع مشتق‌پذیر نخواهد بود به جز $x=۰$ که می‌نیمم مقدار تابع داخل براکت را نتیجه می‌دهد. پس در بازهٔ $(-\frac{۹}{۲},\frac{۹}{۲})$ نقاطی با طول‌های ۴، ۲، ۲- و ۴- در دامنهٔ تابع مشتق قرار ندارند و مجموعه نقاط صحیح در این بازه که تابع fog در آن‌ها مشتق‌پذیر می‌باشد برابر است با: $\{-۳,-۱,۰,۱,۳\}$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۸- **گزینهٔ «۳»** *(سیرماهر عبدی)*

در تابع داده شدهٔ $f(x)=\sqrt[۵]{P(x)}$، چندجمله‌ای $P(x)$ از درجهٔ ۳ بوده و حداکثر ۳ ریشه می‌تواند داشته باشد که تابع f در هر سه ریشه، به دلیل وجود فرجهٔ پنجم، مشتق‌ناپذیر خواهد بود. (از طریق رابطهٔ تعریف مشتق، بررسی کنید.)

حال تابع f در صورتی در دو نقطه مشتق‌ناپذیر است که یکی از حالات زیر برای $Q(x)=x^۲+۲mx+(m+۱)$ اتفاق بیفتد:

الف) $x=۱$ یکی از ریشه‌های سادهٔ $Q(x)$ باشد، پس:

$$Q(۱)=۱+۲m+m+۱=۰\Rightarrow ۳m+۲=۰\Rightarrow m=-\frac{۲}{۳}$$

ب) $Q(x)$ ریشهٔ مضاعف (غیر از $x=۱$) داشته باشد، پس:

$$\Delta=(۲m)^۲-۴(m+۱)=۰\Rightarrow ۴m^۲-۴m-۴=۰$$

$$\xrightarrow{\div ۴} m^۲-m-۱=۰\Rightarrow m_۱+m_۲=\frac{-(-۱)}{۱}=۱$$

در نتیجه سه مقدار برای m مطلوب است که مجموع آن‌ها برابر است با:

$$-\frac{۲}{۳}+۱=\frac{۱}{۳}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۹- **گزینهٔ «۱»** *(کیان کریمی‌خراسانی)*

با تغییر متغیر $|h|=t$ داریم $t\to ۰^+$ و در نتیجه:

$$\lim_{t\to ۰^+}\frac{f(۲-۲t)-f(۲+۳t)}{t}$$

$$=\lim_{t\to ۰^+}\frac{f(۲-۲t)-f(۲)}{t}-\lim_{t\to ۰^+}\frac{f(۲+۳t)-f(۲)}{t}$$

$$=-۲f'_-(۲)-۳f'_+(۲)$$

مطابق شکل، نیم‌مماس‌های چپ و راست بر هم عمودند، لذا با فرض $f'_-(۲)=a$، که طبق شکل $a<۰$ است، داریم: $f'_+(۲)=-\frac{۱}{a}$ و در نتیجه:

$$-۲(a)-۳(-\frac{۱}{a})=-\frac{۵}{۲}\Rightarrow ۴a^۲-۵a-۶=۰$$

$$\xrightarrow{\text{حل معادله}}\begin{cases}a=۲ & (\text{غ ق ق})\\ a=-\frac{۳}{۴}\Rightarrow f'_-(۲)=-\frac{۳}{۴}\ ,\ f'_+(۲)=\frac{۴}{۳}\end{cases}$$

داریم:

$$\lim_{x\to ۱^-}\frac{f(۲x)-f(۲)}{x-۱}\xrightarrow{u=۲x}=\lim_{u\to ۲^-}\frac{f(u)-f(۲)}{\frac{u}{۲}-۱}$$

$$=\lim_{u\to ۲^-}\frac{f(u)-f(۲)}{u-۲}\times ۲=۲f'_-(۲)=-\frac{۳}{۲}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(کیان کریمی‌خراسانی)*

چون $D_f=(۱,+\infty)$ است، تابع f باید در نقطهٔ $x=۲$ که به ازای آن داخل براکت (در ضابطهٔ اول) صحیح می‌شود و در نقطهٔ $x=۳$ که مرز دو ضابطه است، مشتق‌پذیر باشد. می‌دانیم برای پیوسته و مشتق‌پذیر کردن تابع $[x]$ در یک نقطه با طول صحیح، باید در عامل صفرشونده از مرتبه بزرگ‌تر از ۱، ضرب شود (چرا؟). پس: $ax^۲+bx+c=a(x-۲)^۲$

و نتیجه می‌دهد: $b=-۴a\ ,\ c=۴a$

حالا شرط پیوستگی و برابر بودن مشتق‌های راست و چپ f در $x=۳$ را می‌نویسیم:

شرط پیوستگی: $a(۳-۲)^۲[۳^-]=۹+d\Rightarrow ۲a=۹+d$

azmooniak | آزمونیاک

مشتق راست: $\lim\limits_{x\to ۳^+}\frac{(x^۲+d)-(۹+d)}{x-۳}=\lim\limits_{x\to ۳^+}(x+۳)=۶$

مشتق چپ: $\lim\limits_{x\to ۳^-}\frac{۲a(x-۲)^۲-\overbrace{(۹+d)}^{۲a}}{x-۳}$

$=\lim\limits_{x\to ۳^-}\frac{\overbrace{(x-۱)(x-۳)}^{}}{x-۳}=۴a$

مشتق راست = مشتق چپ؛ شرط لازم مشتق‌پذیری $\Rightarrow ۴a=۶\xrightarrow{c=۴a}c=۶$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

حسابان ۲- پیشروی سریع

۱۱- **گزینهٔ «۱»** (سینا خیرخواه)

ابتدا تابع داده شده را ساده می‌کنیم. توجه کنید که صورت و مخرج تابع داده شده، مجموع جملات اول دنباله‌های هندسی هستند، داریم:

$$S_n=\frac{a_۱(q^n-۱)}{q-۱}\Rightarrow\begin{cases}\text{صورت}: \frac{۱\times(x^{۱۲}-۱)}{x-۱}\\ \text{مخرج}: \frac{۱\times((x^۳)^۴-۱)}{x^۳-۱}=\frac{۱\times(x^{۱۲}-۱)}{x^۳-۱}\end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{x^۳-۱}{x-۱}=x^۲+x+۱\Rightarrow f'(x)=۲x+۱\Rightarrow f'(\frac{۵}{۲})=۶$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۱۲- **گزینهٔ «۳»** (رضا ماجدی)

عبارت مورد نظر، مشتق تابع $f'.g^۲$ است:

$$(f''.g^۲+۲gg'.f')=(f'.g^۲)'$$

$$f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x+۱}\Rightarrow f'(x)=\frac{\frac{۱}{۲\sqrt{x}}(x+۱)-\sqrt{x}}{(x+۱)^۲}=\frac{\frac{-x+۱}{۲\sqrt{x}}}{(x+۱)^۲}$$

$$\Rightarrow(f'.g^۲)'(x)=(\frac{-x+۱}{(۲\sqrt{x})(x+۱)^۲}\times\frac{(x+۱)^۲}{x-۱})'$$

$$=(-\frac{۱}{۲\sqrt{x}})'=\frac{۱}{۴x\sqrt{x}}\Rightarrow(f'.g^۲)'(۲)=\frac{۱}{۴(۲)\sqrt{۲}}=\frac{۱}{۸\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۱۶}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۱۳- **گزینهٔ «۴»** (کاظم اجلالی)

طبق فرض داریم:

$$\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{۴-x^۲}{x}\xrightarrow{x=-۲}\frac{f(-۲)}{\underbrace{g(-۲)}_{۱}}=\frac{۰}{-۲}\Rightarrow f(-۲)=۰$$

از عبارت $\frac{f}{g}$ مشتق می‌گیریم:

$$(\frac{f(x)}{g(x)})'=\frac{f'(x).g(x)-f(x).g'(x)}{(g(x))^۲}=\frac{(-۲x)(x)-(۴-x^۲)(۱)}{x^۲}$$

$$\xrightarrow{x=-۲}\frac{f'(-۲).\overbrace{g(-۲)}^{۱}-\overbrace{f(-۲)}^{۰}.g'(-۲)}{(g(-۲))^۲}=\frac{(۴)(-۲)-(۰)}{۴}=-۲$$

$$\Rightarrow\frac{f'(-۲)}{۱}=-۲\Rightarrow f'(-۲)=-۲$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** (سینا خیرخواه)

مشتق تابع $f(x^۳-۲x^۲)$ را به دست می‌آوریم:

$$(f(x^۳-۲x^۲))'=(۳x^۲-۴x)\times f'(x^۳-۲x^۲)\xrightarrow{x=-۱}۷\times f'(-۳)$$

پس به $f'(-۳)$ نیاز داریم. حالا مشتق تابع $y=f(۲x-۱)$ را به دست می‌آوریم و طبق شکل با شیب خط مماس در نقطهٔ $x=-۱$ برابر قرار می‌دهیم:

$$(f(۲x-۱))'=۲\times f'(۲x-۱)\xrightarrow{x=-۱}۲\times f'(-۳)=\tan ۱۳۵^\circ=-۱$$

$$\Rightarrow f'(-۳)=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۷\times f'(-۳)=۷\times(-\frac{۱}{۲})=-۳/۵$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** (محمد زنگنه)

عبارت داده شده برحسب مشتق تابع f' (یا همان مشتق دوم تابع f) در نقطهٔ $x=\frac{\pi}{۶}$ بیان شده است:

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f'(\frac{\pi}{۶}+h)-f'(\frac{\pi}{۶})}{h}=f''(\frac{\pi}{۶})$$

ضابطهٔ تابع f را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\cos^۴x-\sin^۴x=\underbrace{(\cos^۲x+\sin^۲x)}_{=۱}(\cos^۲x-\sin^۲x)$$

$$=\cos^۲x-\sin^۲x=\cos ۲x$$

$$f(x)=\cos ۲x\Rightarrow f'(x)=-۲\sin ۲x\Rightarrow f''(x)=-۴\cos ۲x$$

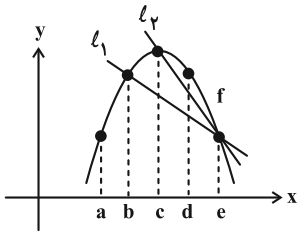
$$\xrightarrow{\text{جواب نهایی}}\frac{۱}{۳}\times(-۴\overbrace{\cos\frac{\pi}{۳}}^{\frac{۱}{۲}})=-\frac{۲}{۳}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۵ تا ۹۸)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** (افشین خاصه‌خان)

مطابق شکل شیب خط $\ell_۱$ (آهنگ تغییر متوسط تابع f در بازهٔ $[b\ ,\ e]$) از شیب خط $\ell_۲$ (آهنگ تغییر متوسط تابع f در بازهٔ $[c\ ,\ e]$) بزرگ‌تر است.

azmooniak | آزمونیاک



(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** (محمدابراهیم توزنده‌جانی)

در ابتدا $f(x)$ را به صورت ساده‌تری می‌نویسیم: (عبارت زیر رادیکال، مربع کامل است.)

$$f(x)=\sqrt{\sqrt[3]{x}+2\sqrt[3]{x}-1}=\sqrt{(\sqrt[3]{x}-1+1)^2}$$

$$=|\sqrt[3]{x}-1+1|=\sqrt[3]{x}-1+1$$

$$f'(x)=\frac{\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}}{2\sqrt[3]{x}-1}\Rightarrow f'(8)=\frac{\frac{1}{12}}{2}=\frac{1}{24}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۳ تا ۹۷)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** (حسین شفیع‌زاده)

کافی است تابع f در نقطهٔ $x=c$ مشتق‌پذیر باشد. ابتدا شرط پیوستگی f در $x=c$ را بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x\to c} f(x)=f(c)\Rightarrow ac-b=2c^2 \qquad (1)$$

حال از ضابطه‌ها مشتق می‌گیریم:

$$f'(x)=\begin{cases}a & ,\ x<c\\ 4x & ,\ x>c\end{cases}$$

حال شرط لازم برای مشتق‌پذیری در نقطه $x=c$ را بررسی می‌کنیم:

$$f'_-(c)=f'_+(c)\Rightarrow a=4c\xrightarrow{(1)}b=2c^2$$

در نتیجه:

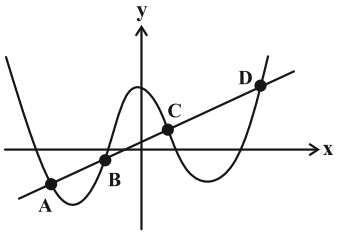
$$a+b=2c^2+4c=2(c+1)^2-2$$

پس حداقل مقدار $a+b$ برابر ۲- است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۰)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** (کیان کریمی‌فراسانی)

نقاط به مختصات $A(a,a')$، $B(b,b')$، $C(1,3)$ و $D(3,7)$ را در نظر بگیرید، با توجه به برابری آهنگ تغییرها در سه بازه، نتیجه می‌گیریم که شیب خطوط گذرنده از AB، BC و AC برابر است. پس این چهار نقطه در یک راستا هستند. از طرفی $CD: y=2x+1$، پس نقاط A و B محل تلاقی این خط با تابع f هستند:



$$x^4-10x^2+2x+10=2x+1\Rightarrow x^4-10x^2+9=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=1\\ x=3\\ x=-1\Rightarrow b=-1\\ x=-3\Rightarrow a=-3\end{cases}$$

در نتیجه $2a+b=-7$.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

۲۰- **گزینهٔ «۲»** (نیما مهندس)

با توجه به رابطهٔ داده شده، f باید یک چندجمله‌ای درجهٔ ۳ باشد. (چرا؟)

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\Rightarrow\begin{cases}f(\frac{x}{2})=\frac{a}{8}x^3+\frac{b}{4}x^2+\frac{c}{2}x+d\\ f'(x)=3ax^2+2bx+c\\ f''(x)=6ax+2b\end{cases}$$

از برابر قرار دادن ضرایب جملات متناظر با یکدیگر در رابطهٔ مفروض و در نظر گرفتن شرایط $f(2)>0$ و $f(\frac{3}{2})=0$، مقادیر $a=8$ و $d=-27$ به دست می‌آید.

طبق فرض: $(f'of)^{-1}(24)=\alpha\Rightarrow(f'of)(\alpha)=24$

$$\xrightarrow{f'(x)=24x^2} f(\alpha)=1 \quad \text{یا} \quad f(\alpha)=-1$$

$$\begin{cases}8\alpha_1^3-27=1\Rightarrow\alpha_1=\frac{1}{2}\sqrt[3]{28}\\ 8\alpha_2^3-27=-1\Rightarrow\alpha_2=\frac{1}{2}\sqrt[3]{26}\end{cases}\Rightarrow\alpha_1\alpha_2=\frac{1}{2}\sqrt[3]{91}\Rightarrow k=91$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۸)

azmooniak | آزمونیاک

ریاضی پایه

۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(سینا خیرخواه)*

ابتدا نامعادله اول را حل می‌کنیم:

$$|x^۳+۴x-۵|<۳(x^۲+x+۵)$$
$$\Rightarrow|(x-۱)(x^۲+x+۵)|<۳(x^۲+x+۵)$$

عبارت $x^۲+x+۵$ همواره مثبت است، پس نامعادله به شکل زیر می‌شود:

$$|x-۱|<۳\Rightarrow -۳<x-۱<۳\Rightarrow -۲<x<۴$$

در نامعادله دوم فرض سؤال، عبارت‌های $x^۲+۴$ و $x^۲-x+۲$ همواره مثبت هستند پس فقط کافی است نامعادله $x^۲+ax+b<۰$ را حل کنیم؛ برای این که مجموعه جواب آن به صورت $-۲<x<۴$ باشد، باید $x=-۲,۴$ ریشه‌های آن باشند، در نتیجه:

$$x^۲+ax+b=\underbrace{(x+۲)(x-۴)}_{x^۲-۲x-۸}\Rightarrow\begin{cases}a=-۲\\b=-۸\end{cases}\Rightarrow a+b=-۱۰$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(میلاد منصوری)*

با فرض $a>۰$ داریم:

$$-۵<ax<۵\Rightarrow -\frac{۵}{a}<x<\frac{۵}{a}$$

دقت می‌کنیم که بازهٔ $(-۵,۵)$ شامل ۹ عدد صحیح است. پس باید داشته باشیم:

$$۴<\frac{۵}{a}\le ۵\Rightarrow ۱\le a<\frac{۵}{۴}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(شاهین پروازی)*

محل برخورد $f(x)$ با $y=x$، نقاط به طول ۲ و ۴ است، یعنی $x=۲$ و $x=۴$، ریشه‌های معادلهٔ $f(x)-x=۰$ هستند:

$$f(x)-x=a(x-۲)(x-۴)$$
$$\Rightarrow f(x)=a(x-۲)(x-۴)+x\quad (*)$$

نمودار $f(x)$ بر خط $y=x-۶$ مماس است، یعنی معادلهٔ $f(x)-x+۶=۰$ ریشهٔ مضاعف دارد:

$$f(x)-x+۶=۰\xrightarrow{(*)}a(x-۲)(x-۴)+۶=۰$$
$$\Rightarrow ax^۲-۶ax+۸a+۶=۰$$
$$\xrightarrow{\text{ریشه مضاعف}}\Delta=۳۶a^۲-۴a(۸a+۶)=۰$$
$$\Rightarrow ۴a^۲-۲۴a=۰\Rightarrow ۴a(a-۶)=۰\Rightarrow\begin{cases}a=۰ & \times\\ a=۶ & \checkmark\end{cases}$$

داریم:

$$\begin{cases}f(۳)=۶(۳-۲)(۳-۴)+۳=۶(۱)(-۱)+۳=-۳\\ f(۵)=۶(۵-۲)(۵-۴)+۵=۶(۳)(۱)+۵=۲۳\end{cases}$$
$$\xrightarrow{+}f(۳)+f(۵)=۲۰$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۸۲)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(نیما مهندس)*

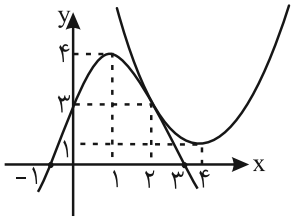
می‌دانیم در سهمی، واسطه حسابی ریشه‌ها، همان طول رأس است؛ پس داریم:

$$\alpha=\frac{(-۲\alpha+۱)+(\alpha^۲+۲)}{۲}\Rightarrow\alpha^۲-۴\alpha+۳=۰\Rightarrow\alpha=۱\text{ یا }۳$$

باید $\alpha=۱$ باشد تا عرض از مبدأ $g(x)$ بزرگتر از عرض نقطه برخورد $f(x)$ با محور yها باشد. پس معادله $f(x)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$f(x)=a(x-(-۱))(x-۳)\xrightarrow{(۱,۴)\in f(x)}a=-۱$$

معادله داده شده در صورت سؤال را به صورت $(f(x)-k)(g(x)-k)=۰$ می‌نویسیم. این یعنی تعداد جواب‌های معادله برابر با تعداد نقاط برخورد خط $y=k$ با نمودارهای توابع f و g است. از برابر قرار دادن ضابطه‌های دو تابع f و g، به ریشهٔ مضاعف $x=۲$ می‌رسیم و این بدان معناست که نمودارهای دو تابع f و g در $x=۲$ بر هم مماس‌اند. (مطابق شکل) هر یک از خطوط $y=۳,y=۱$ و $y=۴$ مجموعاً در سه نقطه با نمودارهای دو تابع برخورد دارند که $k=۳$ در گزینه‌ها موجود است.



(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۸۲)

۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(حمید علیزاده)*

با توجه به فرض داریم:

$$x^۲-mx+۶۴=۰\Rightarrow\begin{cases}S=x_۱+x_۲=\dfrac{-b}{a}=m\\ P=x_۱x_۲=\dfrac{c}{a}=۶۴\end{cases}$$

همچنین:

$$x_۱,x_۲^۳,x_۱^۲\xrightarrow{\text{دنباله هندسی}}(x_۲^۳)^۲=x_۱.x_۱^۲\Rightarrow x_۲^۶=x_۱^۳$$
$$\Rightarrow x_۲^۲=x_۱\xrightarrow{\times x_۲}x_۲^۳=\underbrace{x_۱x_۲}_{P}\Rightarrow x_۲^۳=۶۴\Rightarrow x_۲=۴$$
$$x_۲=۴\Rightarrow x_۱=۱۶\Rightarrow S=x_۱+x_۲=۲۰=m$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ و ۸)

۲۶- **گزینهٔ «۱»** *(کیان کریمی‌فراسانی)*

ابتدا حاصل‌ضرب ریشه‌ها در دو معادله را می‌نویسیم:

$$\left.\begin{aligned}\alpha.\beta&=\frac{c}{a}\\ \alpha^۲.\beta^۲&=\frac{a}{c}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\alpha^۳.\beta^۳=\frac{c}{a}.\frac{a}{c}=۱\Rightarrow\alpha.\beta=۱$$

سپس از مجموع ریشه‌ها کمک می‌گیریم:

$$(\alpha+\beta)(\alpha^۲+\beta^۲)=(-\frac{b}{a})(-\frac{۲b}{c})$$

azmooniak | آزمونیاک

$$\Rightarrow \alpha^{۳}+\beta^{۳}+\alpha\beta^{۲}+\alpha^{۲}\beta=\frac{۲b^{۲}}{ac}$$

$$\Rightarrow \alpha^{۳}+\beta^{۳}+\alpha\beta(\alpha+\beta)=\alpha^{۳}+\beta^{۳}+(۱)(-\frac{b}{a})=\frac{۲b^{۲}}{ac}$$

$$\Rightarrow \alpha^{۳}+\beta^{۳}=\frac{۲b^{۲}+bc}{ac}$$

معادلهٔ درجه دومی که ریشه‌های آن $\alpha^{۳}$ و $\beta^{۳}$ باشند به صورت زیر است:

$$S=\frac{۲b^{۲}+bc}{ac}\quad,\quad P=۱$$

$$\Rightarrow x^{۲}-(\frac{۲b^{۲}+bc}{ac})x+۱=۰\Rightarrow acx^{۲}-(۲b^{۲}+bc)x+ac=۰$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۸ و ۹)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

فرض می‌کنیم طول هر قدم عادی پارسا، ℓ سانتی‌متر باشد. طبق فرض، سرعت پارسا، ۱۰۰ قدم در دقیقه است، پس پارسا با سرعت عادی ℓ متر بر دقیقه راه می‌رود. طبق فرض، سرعت عجله‌ای پارسا هم برابر $(\ell+۱۲)$ متر بر دقیقه خواهد بود. با توجه به رابطهٔ $t=\frac{x}{v}$، معادلهٔ گویای مورد نظر در فرض سؤال، به صورت زیر است:

$$\frac{۱۸۰۰}{\ell+۱۰}=\frac{۱۸۰۰}{\ell}-۵\Rightarrow ۵=۱۸۰۰(\frac{۱}{\ell}-\frac{۱}{\ell+۱۲})$$

$$\Rightarrow ۵=۱۸۰۰\times\frac{۱۲}{\ell(\ell+۱۲)}\Rightarrow \ell(\ell+۱۲)=\frac{۱۸۰۰\times۱۲}{۵}=۱۸۰\times۲۴$$

می‌توانیم به جای حل معادله، گزینه‌ها را امتحان کنیم که $\ell=۶۰$ قابل قبول خواهد بود.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۲۸- **گزینهٔ «۱»** *(نیما مهندس)*

فاصله نقطه $(x,۰)$ روی محور xها از نقطه $(۲,۰)$ روی همان محور برابر با $|x-۲|$ است. فاصله نقطه $(x,۰)$ از نقطه $(۰,۲)$ نیز برابر با $\sqrt{x^{۲}+۴}$ خواهد بود. پس طبق فرض داریم:

$$|x-۲|+\sqrt{x^{۲}+۴}=۶\Rightarrow |x-۲|-۶=-\sqrt{x^{۲}+۴}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}}(x-۲)^{۲}-۱۲|x-۲|+۳۶=x^{۲}+۴$$

$$\Rightarrow -۴x-۱۲|x-۲|+۳۶=۰\Rightarrow ۹-x=۳|x-۲|$$

$$\xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان ۲}}x^{۲}-۱۸x+۸۱=۹(x^{۲}-۴x+۴)$$

$$\Rightarrow ۸x^{۲}-۱۸x-۴۵=۰$$

α و β ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم اخیر هستند که جمع آنها برابر می‌شود با:

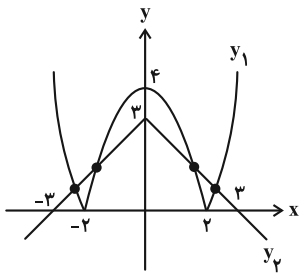
$$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{-(-۱۸)}{۸}=\frac{۹}{۴}=۲/۲۵$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۸، ۲۰ تا ۲۲)

۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا نداف‌زاده)*

$$|x|+|۴-x^{۲}|=۳\Rightarrow |۴-x^{۲}|=۳-|x|$$

این یعنی تعداد جواب‌های معادلهٔ مذکور، تعداد نقاط تقاطع نمودارهای $y_۱=|۴-x^{۲}|$ و $y_۲=۳-|x|$ است.

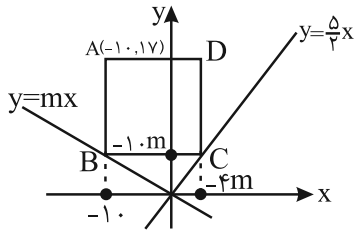


بنابراین معادله چهار جواب دارد.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

بقیهٔ رئوس مربع را نام‌گذاری کنیم. برای یافتن مختصات مرکز مربع، کافیست مختصات نقطهٔ C را به‌دست آوریم. با توجه به شکل، معادلهٔ خط مجهول را $y=mx$ می‌گیریم، در این صورت:



$$x_B=x_A=-۱۰\xrightarrow{B\in(y=mx)}y_B=-۱۰m$$

$$y_C=y_B=-۱۰m\xrightarrow{C\in(y=\frac{۵}{۲}x)}-۱۰m=\frac{۵}{۲}x_C$$

$$\Rightarrow x_C=-۴m$$

اندازه اضلاع مربع با هم برابر است، پس:

$$\begin{cases}AB=y_A-y_B=۱۷-(-۱۰m)=۱۷+۱۰m\\ BC=x_C-x_B=-۴m-(-۱۰)=-۴m+۱۰\end{cases}$$

$$\xrightarrow{AB=BC}۱۷+۱۰m=-۴m+۱۰\Rightarrow ۱۴m=-۷\Rightarrow m=\frac{-۱}{۲}$$

در نتیجه مختصات نقطه C به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{cases}x_C=-۴m=۲\\ y_C=-۱۰m=۵\end{cases}\Rightarrow C(۲,۵)$$

مرکز مربع، نقطه وسط قطر AC است، در نتیجه:

$$W=\frac{A+C}{۲}=(\frac{-۱۰+۲}{۲},\frac{۱۷+۵}{۲})=(-۴,۱۱)$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

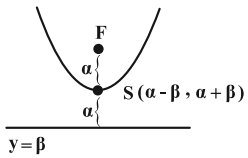
azmooniak | آزمونیاک

هندسه ۳

۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

چون خط هادی سهمی، خطی افقی است، پس نوع سهمی قائم است. با فرض $\alpha > 0$، رأس S بالاتر از خط هادی و فاصلهٔ خط هادی تا رأس سهمی برابر $a = \alpha$ خواهد بود و مختصات کانون به صورت زیر می‌شود:

$$F(x_S\ ,\ y_S + \alpha) \Rightarrow F(\alpha - \beta\ ,\ 2\alpha + \beta)$$

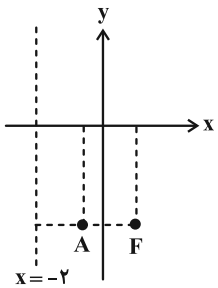


توجه: فرض $\alpha < 0$ نیز به همین نتیجه خواهد رسید.

(هندسه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(اسفاق اسفندیار)*

با توجه به جایگاه کانون و خط هادی، سهمی افقی رو به راست است و فاصلهٔ کانونی سهمی $a = AF = \frac{3}{2}$ و مختصات رأس سهمی برابر $A(-\frac{1}{2}\ ,\ -3)$ خواهد بود. معادلهٔ این سهمی به صورت زیر است:



$$(y-k)^2 = 4a(x-h) \Rightarrow (y+3)^2 = 6(x+\frac{1}{2})$$

محل برخورد سهمی با محور yها به صورت زیر به دست می‌آید:

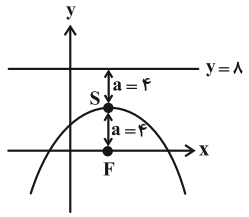
$$\xrightarrow{x=0} (y+3)^2 = 6(0+\frac{1}{2}) = 3 \Rightarrow y = -3 \pm \sqrt{3}$$

بنابراین $(0\ ,\ -3+\sqrt{3})$ و $(0\ ,\ -3-\sqrt{3})$ نقاط برخورد سهمی با محور yها هستند که فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر برابر است با $2\sqrt{3}$.

(هندسه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

چون سهمی قائم است، پس $x_S = x_F$ و در نتیجه $h = 3$. همچنین فاصلهٔ کانونی سهمی برابر $a = FS = 4$ است. پس مطابق شکل، خط $y = 8$، خط هادی این سهمی است و طول نقطهٔ برخورد آن با خط $y = 4x + 2$ به صورت زیر به دست می‌آید:

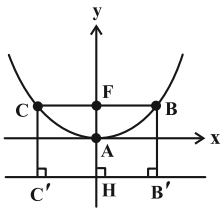


$$\begin{cases} y = 8 \\ y = 4x + 2 \end{cases} \Rightarrow 4x + 2 = 8 \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1/5$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(اسفاق اسفندیار)*

مختصات کانون سهمی $F(0\ ,\ 1)$ و رأس آن $(0\ ,\ 0)$ و فاصلهٔ کانونی $a = AF = 1$ است. فاصله کانون تا خط هادی برابر $2a$ است، پس مطابق شکل $FH = 2a$.



B روی نمودار سهمی قرار دارد، پس:

$$CF = CC' = 2a \qquad BF = BB' = 2a$$

محیط مستطیل $BCC'B'$ برابر است با:

$$2(BC + BB') = 2(4a + 2a) = 12a = 12$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

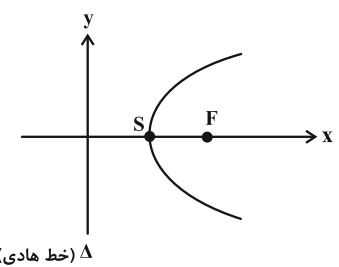
۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

ابتدا مرکز دایره را می‌یابیم: $x^2 + y^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow O(1\ ,\ 0)$

معادلهٔ سهمی داده شده، مربوط به سهمی افقی است که دهانهٔ آن رو به راست باز می‌شود. نقطهٔ $S(\alpha\ ,\ \beta)$ رأس سهمی است، در این صورت:

$$\begin{cases} F: \text{کانون سهمی} \begin{cases} 1 = \alpha + a \\ 0 = \beta \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \\ 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

معادلهٔ خط هادی این سهمی برابر است با: $\Delta : x = \alpha - a = 0$

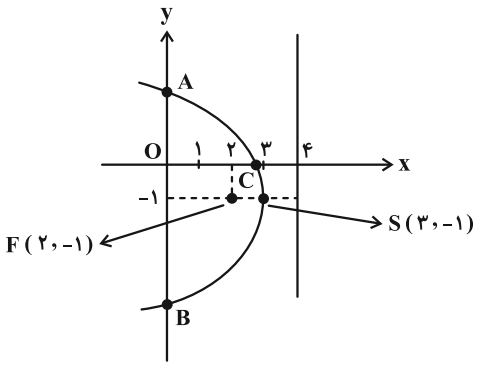


(هندسه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

azmooniak | آزمونیاک

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(بهزاد ترکمن)*

مرکز دایرهٔ گذرا از نقطهٔ $(-۱ , ۲)$ و مماس بر خط $x=۴$، از هر دو به یک فاصله است و در نتیجه مکان هندسی مرکز این دایره‌ها، یک سهمی به کانون $F(۲ , -۱)$ و خط هادی $x=۴$ می‌باشد. واضح است که رأس سهمی (وسط فاصلهٔ کانون و خط هادی) نقطهٔ $S(۳ , -۱)$ است و فاصلهٔ کانونی $a=۱$ می‌باشد. مطابق شکل، نوع سهمی، افقی بوده و دهانهٔ آن رو به چپ است و معادلهٔ آن عبارت است از:



$$(y-(-۱))^۲=-۴\times ۱\times(x-۳)\Rightarrow (y+۱)^۲=-۴(x-۳)$$

$$\xrightarrow[x=۰]{\text{قطع با محور y ها}}(y+۱)^۲=-۴(۰-۳)=۱۲$$

$$\Rightarrow y+۱=\pm ۲\sqrt{۳}\Rightarrow \begin{cases} y_A=۲\sqrt{۳}-۱ \\ y_B=-۲\sqrt{۳}-۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB=|y_A-y_B|=۴\sqrt{۳}$$

$$\xrightarrow[y=۰]{\text{قطع با محور x ها}}(۰+۱)^۲=-۴(x-۳)\Rightarrow x-۳=-\frac{۱}{۴}$$

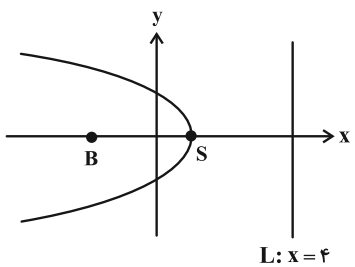
$$\Rightarrow x_C=\frac{۱۱}{۴}$$

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}OC\times AB=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۱}{۴}\times ۴\sqrt{۳}=\frac{۱۱}{۲}\sqrt{۳}$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از $B(-۲ , ۰)$ و $L: x=۴$ به یک فاصله‌اند، مطابق شکل، سهمی با خط هادی L و کانون B است که معادلهٔ آن را به صورت زیر می‌نویسیم:



$$\begin{cases} \text{رأس سهمی}: S(۱ , ۰) \\ a=۳\Rightarrow y^۲=-۱۲(x-۱)\Rightarrow y^۲+۱۲x=۱۲ \\ \text{دهانه به سمت چپ} \end{cases}$$

مکان هندسی نقاطی که از نقاط $A(۴ , ۲)$ و $B(-۲ , ۰)$ به یک فاصله‌اند عمودمنصف پاره‌خط AB می‌باشد که معادلهٔ آن نیز برابر است با:

$$\begin{cases} \text{شیب عمودمنصف } AB: m=-۳ \\ \text{نقطهٔ وسط } AB: M(۱ , ۱) \end{cases}$$

$$\Rightarrow y-۱=-۳(x-۱)\Rightarrow y=-۳x+۴$$

حال کافی است تقاطع دو مکان هندسی را بررسی می‌کنیم:

$$(-۳x+۴)^۲+۱۲x=۱۲\Rightarrow ۹x^۲-۲۴x+۱۶+۱۲x=۱۲$$

$$\Rightarrow ۹x^۲-۱۲x+۴=۰$$

$$\xrightarrow{\Delta=۱۴۴-۴(۳۶)=۰}(۳x-۲)^۲=۰\Rightarrow x=\frac{۲}{۳}\Rightarrow y=۲$$

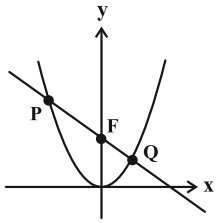
تنها یک نقطه برای نصب مجسمه وجود دارد.

(هندسه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

طبق معادلهٔ صورت سؤال، مبدأ مختصات، رأس سهمی بوده و نوع سهمی، قائم و دهانهٔ آن رو به بالاست و داریم:

$$x^۲=۴ay\Rightarrow \text{مختصات کانون}: F(۰ , a)$$



چون پاره‌خط PQ از کانون سهمی عبور کرده است، پس شیب پاره‌خط‌های PF و FQ با هم برابر است. فرض می‌کنیم:

$$P(x_۱ , \frac{x_۱^۲}{۴a}) \quad و \quad Q(x_۲ , \frac{x_۲^۲}{۴a})$$

پس:

$$m_{PF}=m_{FQ}\Rightarrow \frac{a-\frac{x_۱^۲}{۴a}}{۰-x_۱}=\frac{\frac{x_۲^۲}{۴a}-a}{x_۲-۰}$$

$$\Rightarrow \frac{۴a^۲-x_۱^۲}{-۴ax_۱}=\frac{x_۲^۲-۴a^۲}{۴ax_۲}\Rightarrow ۴a^۲x_۲-x_۱^۲x_۲=۴a^۲x_۱-x_۱x_۲^۲$$

$$\Rightarrow ۴a^۲(x_۲-x_۱)=x_۱x_۲(x_۱-x_۲)\xrightarrow{x_۱\neq x_۲}x_۱x_۲=-۴a^۲$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

azmooniak | آزمونیاک

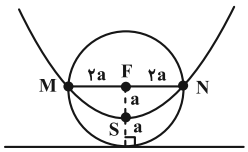
۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

مطابق فرض و شکل رسم شده، شعاع این دایره برابر $۲a$ است. (a فاصلهٔ کانونی سهمی)

فاصلهٔ نقاط برخورد سهمی و دایره (نقاط M و N)، از مرکز دایره (همان کانون F) برابر $R = ۲a$ و همچنین فاصله‌شان از خط هادی نیز (بنابر تعریف سهمی) برابر $۲a$ است، پس MN همان وتر کانونی سهمی است. داریم:

$$y = \frac{x^۲}{۴} \Rightarrow ۴y = x^۲ \Rightarrow ۴(y-۰) = (x-۰)^۲$$

$$\Rightarrow S(۰\,,\,۰)\ ,\ ۴a = ۴ \Rightarrow a = ۱$$



از آنجا که نوع سهمی، قائم بوده و دهانهٔ آن رو به بالاست، پس:

$$F = (۰\,,\,۱)$$

معادلهٔ خط شامل F و موازی خط هادی به صورت $y = ۱$ است. در نتیجه:

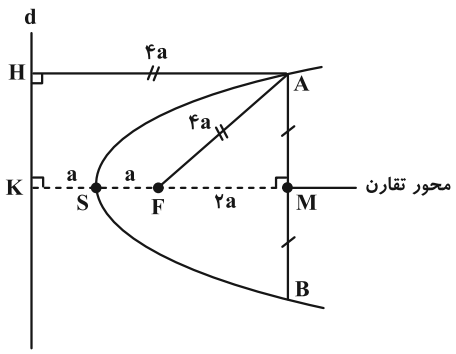
$$۱ = \frac{x^۲}{۴} \Rightarrow x^۲ = ۴ \Rightarrow x = \pm ۲ \quad (\text{طول نقاط } M \text{ و } N)$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(هومن عقیلی)*

می‌دانیم که اندازهٔ SF همان فاصلهٔ کانونی سهمی، یعنی a است. مطابق شکل، از A، عمود AH را بر خط هادی (d) رسم می‌کنیم. چون چهارضلعی $AHKM$ مستطیل است، پس: $AH = KM = ۴a$

طبق تعریف سهمی داریم: $AH = AF = ۴a$



طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AFM داریم:

$$AM^۲ = AF^۲ - FM^۲ = ۱۶a^۲ - ۴a^۲ = ۱۲a^۲$$

$$\Rightarrow AM = ۲\sqrt{۳}a \Rightarrow AB = ۲AM = ۴\sqrt{۳}a$$

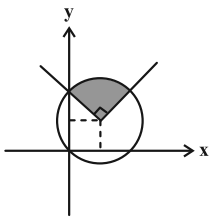
(هندسه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

هندسه ۳- پیشروی سریع

۴۱- **گزینهٔ «۴»** *(اسحاق اسفندیار)*

رابطهٔ $x^۲ + y^۲ - ۲x - ۲y \leq ۰$، نقاط داخل و روی دایره‌ای به مرکز $(۱\,,\,۱)$ و شعاع $\sqrt{۲}$ است، زیرا:

$$(x-۱)^۲ + (y-۱)^۲ \leq ۲ \xrightarrow{\text{دایره}} \begin{cases} \text{مرکز} : (۱\,,\,۱) \\ \text{شعاع} = \sqrt{۲} \end{cases}$$

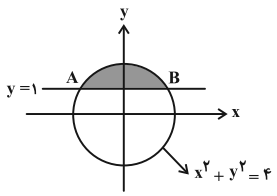


با رسم نمودار دو رابطهٔ مشخص می‌شود که مساحت محدود به دو شکل، یک قطاع ۹۰° می‌باشد که مساحت آن برابر است با: $S = \frac{۱}{۴}\pi(\sqrt{۲})^۲ = \frac{\pi}{۲}$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

مطابق شکل، نمودار رابطه را رسم کرده و مختصات نقاط A و B را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} x^۲ + y^۲ = ۴ \\ y = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-\sqrt{۳}\,,\,۱) \\ B(\sqrt{۳}\,,\,۱) \end{cases} \Rightarrow AB = ۲\sqrt{۳}$$

در این رابطه، نقاط A و B بیشترین فاصله را نسبت به هم دارند.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(هومن عقیلی)*

با توجه به فرض، فقط یکی از ضرایب $x^۲$ یا $y^۲$ باید برابر صفر باشد:

$$\begin{cases} k^۲ - ۴ = ۰ \Rightarrow k = \pm ۲ \\ \text{یا} \\ k + ۲ = ۰ \Rightarrow k = -۲ \end{cases} \Rightarrow k = ۲ \Rightarrow ۴y^۲ + ۸x + ۸y + ۸ = ۰$$

$$\xrightarrow{\div ۴} y^۲ + ۲y + ۲x + ۲ = ۰ \Rightarrow y^۲ + ۲y + ۱ - ۱ + ۲x + ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (y+۱)^۲ = -۲x - ۱ \Rightarrow (y+۱)^۲ = -۲(x + \frac{۱}{۲})$$

azmooniak | آزمونیاک

نوع این سهمی، افقی بوده و دهانهٔ آن به سمت چپ باز می‌شود و داریم:

$$4a = 2 \Rightarrow \text{فاصلهٔ کانونی سهمی} : a = \frac{1}{2} = 0/5$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴۴- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا شریف‌طبیی)

معادلهٔ سهمی را به صورت متعارف می‌نویسیم:

$$2y = (x-3)^2 - 9 + 4 \Rightarrow (x-3)^2 = 2y + 5$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 = 2(y + \frac{5}{2})$$

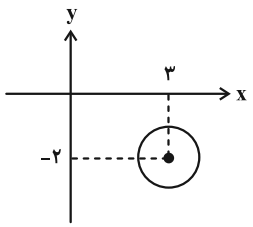
$$\Rightarrow \begin{cases} \text{سهمی قائم و دهانه رو به بالا} \\ \text{رأس}: S(\alpha , \beta) = (3 , -\frac{5}{2}) \\ 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \quad \text{(فاصلهٔ کانونی)} \end{cases}$$

مختصات کانون سهمی عبارتست از:

$$\Rightarrow F(\alpha , a+\beta) = (3 , \frac{1}{2} - \frac{5}{2}) = (3 , -2)$$

شعاع دایره هم برابر با فاصلهٔ کانون تا خط هادی سهمی، یعنی $R = 2a = 1$ است. معادلهٔ دایره مورد نظر به صورت زیر می‌شود:

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 1$$



مطابق شکل، این دایره هیچ کدام از محورهای مختصات را قطع نمی‌کند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** (علی ایمانی)

ابتدا معادلهٔ سهمی را به فرم متعارف می‌نویسیم:

$$y^2 + ny = -mx - 9 \Rightarrow (y + \frac{n}{2})^2 = -mx - 9 + \frac{n^2}{4}$$

$$\xrightarrow{y_S = 1} -\frac{n}{2} = 1 \Rightarrow n = -2$$

$$y^2 - 2y + mx + 9 = 0 \xrightarrow{S(-1 , 1)} 1 - 2 - m + 9 = 0 \Rightarrow m = 8$$

در نتیجه:

$$y^2 - 2y + 8x + 9 = 0 \Rightarrow (y-1)^2 = -8(x+1)$$ (معادلهٔ سهمی)

نوع سهمی، افقی و دهانهٔ آن به سمت چپ باز شده و معادلهٔ خط هادی سهمی به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{cases} S(-1 , 1) \\ 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \end{cases} \Rightarrow x = -1 + 2 = 1 \quad \text{(خط هادی)}$$

فاصلهٔ نقطهٔ $(5 , -3)$ از خط $x = 1$ برابر ۴ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

ابتدا معادلهٔ سهمی را به صورت متعارف می‌نویسیم و مختصات کانون آن را به دست می‌آوریم:

$$x^2 + 4x + 4y + m = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = -4y - m + 4$$

$$\Rightarrow (x+2)^2 = -4(y + \frac{m-4}{4})$$

معادلهٔ فوق، مربوط به یک سهمی قائم است که دهانهٔ آن به سمت پایین باز می‌شود و در آن $a = 1$ فاصلهٔ کانونی است. طول کانون و رأس سهمی یکسان است. از طرفی کانون روی خط $y = 2x$ قرار دارد، پس داریم:

$$y_F = 2(-2) = -4$$

پس $S(-2 , -3)$ رأس سهمی و $y = -2$ خط هادی این سهمی است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

نکته: اگر d قطر دهانه، h گودی (عمق) و a فاصلهٔ کانونی یک دیش مخابراتی باشد، آنگاه داریم:

$$a = \frac{d^2}{16h}$$

با توجه به فرض و نکتهٔ مذکور داریم:

$$a = \frac{d^2}{16h} \Rightarrow h = \frac{d^2}{16a} = \frac{36 \times 36}{16 \times 9} = 9$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحهٔ ۵۹)

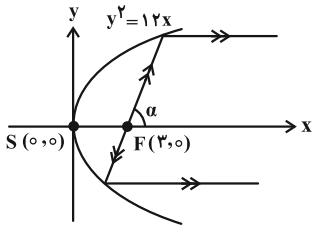
۴۸- **گزینهٔ «۲»** (هومن عقیلی)

داریم:

$$y^2 = 12x \Rightarrow \begin{cases} \text{سهمی افقی و دهانه به سمت راست} \\ \text{رأس سهمی}: S(0 , 0) \\ 4a = 12 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{کانون سهمی}: F(3 , 0)$$

azmooniak | آزمونیاک



طبق فرض، شیب پرتوی نور تابشی برابر $\tan\alpha=\frac{۳}{۴}$ است، در نتیجه معادلهٔ پرتوی تابش را یافته و با نمودار سهمی برخورد می‌دهیم:

$$y=\frac{۳}{۴}(x-۳)\Rightarrow x=\frac{۴y+۹}{۳}$$

$$\begin{cases} y^۲=۱۲x \\ x=\frac{۴y+۹}{۳} \end{cases}\Rightarrow y^۲=۱۶y+۳۶\Rightarrow \underbrace{y^۲-۱۶y-۳۶}_{(y-۱۸)(y+۲)}=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=-۲ \\ y=۱۸ \end{cases}$$ (معادلات پرتوهای انعکاس)

توجه: می‌دانیم که هر شعاع نوری که از کانون سهمی به بدنهٔ سهمی بتابد، بازتاب آن موازی با محور سهمی باز خواهد گشت.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(مهرداد ملوندی)*

ابتدا معادلهٔ سهمی را به صورت متعارف در می‌آوریم:

$$x^۲+۴x-۴y=۰\Rightarrow x^۲+۴x+۴=۴y+۴$$

$$\Rightarrow (x+۲)^۲=۴(y+۱)\Rightarrow \begin{cases} \text{رأس سهمی}: A(\alpha,\beta)=(-۲,-۱) \\ ۴a=۴\Rightarrow a=۱ \end{cases}$$

نوع سهمی قائم و دهانهٔ آن رو به بالا است، پس داریم:

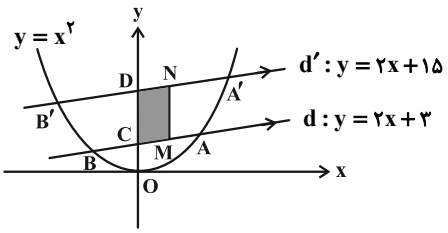
کانون سهمی: $F(\alpha,\beta+a)=(-۲,۰)$

چون محور تقارن سهمی موازی محور yها است، پس پرتوهای نوری که موازی با محور yها به سهمی می‌تابند، پس از بازتاب از کانون سهمی یعنی نقطهٔ $F(-۲,۰)$ عبور می‌کنند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(هومن عقیلی)*

شکل فرضی از سؤال رسم کرده و طول نقاط A و B را می‌یابیم:



$$\begin{cases} y=x^۲ \\ y=۲x+۳ \end{cases}\Rightarrow x^۲=۲x+۳\Rightarrow x^۲-۲x-۳=۰$$

$$\xrightarrow{x_A\,,\,x_B}\text{مجموع ریشه‌ها}: x_A+x_B=\frac{-(-۲)}{۱}=۲$$

طبق تمرین ۱۵ صفحهٔ ۵۹ کتاب درسی، نقاط وسط دو پاره‌خط AB و $A'B'$ (نقاط M و N) روی خطی موازی محور تقارن سهمی‌اند و داریم:

$$x_M=x_N=\frac{x_A+x_B}{۲}=\frac{۲}{۲}=۱$$

مطابق شکل، نقاط C و D را نقاط برخورد خطوط d و d' با محور تقارن سهمی (محور yها) می‌گیریم. داریم:

$$y_C=۳\ ,\ y_D=۱۵\Rightarrow CD=۱۲$$

$$\Rightarrow S_{\text{متوازی‌الاضلاع}}=CD\times x_M=۱۲\times ۱=۱۲$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ تمرین ۱۵ صفحهٔ ۵۹)

azmooniak | آزمونیاک

هندسه ۲

۵۱- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

طبق قضیهٔ میانه‌ها در تمرین ۴ صفحهٔ ۶۷ داریم:

$$b^2+c^2=2AM^2+\frac{a^2}{2}\Rightarrow 36+16=2AM^2+32$$

$$\Rightarrow AM^2=10\Rightarrow AM=\sqrt{10}$$

حال طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABM داریم:

$$4^2=4^2+(\sqrt{10})^2-2(4)\sqrt{10}\cos\alpha\Rightarrow 8\sqrt{10}\cos\alpha=10$$

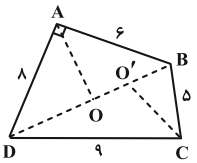
$$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{10}{8\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{8}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

طول قطر BD از طریق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABD به دست می‌آید:

$$\overset{\Delta}{ABD}: BD^2=AB^2+AD^2\Rightarrow BD=\sqrt{6^2+8^2}=10$$



حال نیمسازهای دو زاویهٔ A و C را رسم می‌کنیم تا قطر BD را به ترتیب در نقاط O و O' قطع کنند. بنابر قضیهٔ نیمسازها در مثلث داریم:

$$\overset{\Delta}{ABD}: \frac{OB}{OD}=\frac{AB}{AD}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}\frac{OB}{BD}=\frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow OB=\frac{3}{7}BD \qquad \text{رابطهٔ (I)}$$

$$\overset{\Delta}{BDC}: \frac{O'B}{O'D}=\frac{BC}{CD}=\frac{5}{9}\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}\frac{O'B}{BD}=\frac{5}{14}$$

$$\Rightarrow O'B=\frac{5}{14}BD \qquad \text{رابطهٔ (II)}$$

$$\xrightarrow{\text{روابط (I) , (II)}} OO'=OB-O'B$$

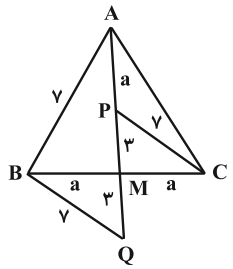
$$=\frac{3}{7}BD-\frac{5}{14}BC=\frac{1}{14}BD\xrightarrow{BD=10}OO'=\frac{5}{7}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

فرض کنیم $BM=MC=AP=a$؛ مطابق شکل، پاره‌خط PM را به اندازهٔ خودش امتداد می‌دهیم، در این صورت دو مثلث MPC و BMQ (طبق حالت (ض ز ض)) با هم همنهشت‌اند و داریم:

$$\begin{cases}MQ=MP=3\\BQ=CP=7\end{cases}$$



از رابطهٔ استوارت در مثلث ABQ استفاده می‌کنیم:

$$BM^2=\frac{MQ.AB^2+AM.BQ^2}{AQ}-AM.MQ$$

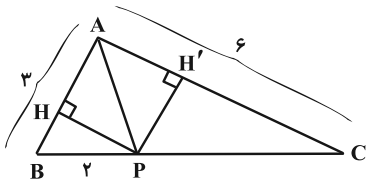
$$\Rightarrow a^2=\frac{3\times 49+(a+3)\times 49}{a+6}-(a+3)\times 3$$

$$\Rightarrow a^2+3a+9=\frac{49(a+6)}{a+6}\Rightarrow \underbrace{a^2+3a-40}_{(a+8)(a-5)}=0\Rightarrow\begin{cases}a=5 & \checkmark\\ a=-8 & \times\end{cases}$$

در نتیجه $BC=2a=10$.

(هندسه ۲- صفحهٔ ۶۷)

۵۴- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*



طبق فرض و شکل رسم شده، داریم:

$$\frac{S_{APC}}{S_{APB}}=\frac{\frac{1}{2}PH'\times 6}{\frac{1}{2}PH\times 3}=2\Rightarrow PH'=PH$$

بنابراین نقطهٔ P از دو ضلع AB و AC به یک فاصله است، به عبارتی روی نیمساز رأس A واقع است. در نتیجه:

$$\frac{BP}{PC}=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\frac{2}{PC}=\frac{3}{6}\Rightarrow PC=4$$

طول نیمساز داخلی AP به صورت زیر به دست می‌آید:

$$AP^2=AB\times AC-BP\times PC=3\times 6-2\times 4=10$$

$$\Rightarrow AP=\sqrt{10}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۵۵- **گزینهٔ «۱»** *(هومن عقیلی)*

طبق قضیهٔ میانه‌ها داریم:

$$\begin{cases}a^2+c^2=2m_b^2+\frac{b^2}{2}\\ a^2+b^2=2m_c^2+\frac{c^2}{2}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} c^2-b^2=2(m_b^2-m_c^2)+\frac{b^2-c^2}{2}$$

azmooniak | آزمونیاک

$$\Rightarrow \underbrace{۶۴-۳۶}_{۲۸} = ۲(m_b^۲ - m_c^۲) + \underbrace{\frac{۳۶-۶۴}{۲}}_{-۱۴}$$

$$\Rightarrow m_b^۲ - m_c^۲ = ۲۱$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۶۷)

۵۶- **گزینهٔ «۳»** (هومن عقیلی)

طبق قضیهٔ سینوس‌ها داریم:

$$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = ۲R \Rightarrow \begin{cases} b = ۲R\sin\hat{B} \\ c = ۲R\sin\hat{C} \end{cases}$$

در نتیجه:

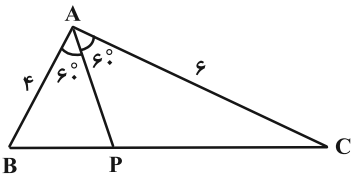
$$b^۲ + c^۲ = ۴R^۲\sin^۲\hat{B} + ۴R^۲\sin^۲\hat{C}$$

$$= ۴R^۲(\sin^۲\hat{B} + \underbrace{\sin^۲(\hat{B}-۹۰^\circ)}_{\cos^۲\hat{B}}) = ۴R^۲ = ۴\times۱۶ = ۶۴$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳)

۵۷- **گزینهٔ «۱»** (مهرداد ملوندی)

پاره‌خط AP همان نیمساز زاویهٔ A است. برای طول نیمساز AP رابطهٔ زیر برقرار است:



$$AP = \frac{۲bc.\cos\frac{\hat{A}}{۲}}{b+c} \Rightarrow AP = \frac{۲\times۶\times۴\times\cos۶۰^\circ}{۶+۴} \Rightarrow AP = ۲/۴$$

(هندسه ۲- تمرین ۵ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۵۸- **گزینهٔ «۴»** (مهرداد ملوندی)

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها و فرض $b = ۸$ و $c = ۶$ داریم:

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc.\cos\hat{A} = ۱۰۰ - ۹۶\cos\hat{A} \quad (۱)$$

حال طبق قضیهٔ میانه‌ها برای میانهٔ $AM = \sqrt{۴۱}$ داریم:

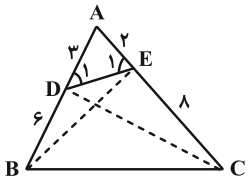
$$b^۲ + c^۲ = ۲AM^۲ + \frac{a^۲}{۲} \Rightarrow ۱۰۰ = ۸۲ + \frac{a^۲}{۲}$$

$$\xrightarrow{(۱)} ۱۸ = \frac{۱۰۰ - ۹۶\cos\hat{A}}{۲} \Rightarrow \cos\hat{A} = \frac{۶۴}{۹۶} = \frac{۲}{۳}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** (مهرداد ملوندی)

نسبت مساحت مثلث CDE به مساحت مثلث BDE را به صورت زیر می‌نویسیم:



$$\frac{S_{CDE}}{S_{BDE}} = \frac{\frac{۱}{۲}DE\times۸\times\sin D\hat{E}C}{\frac{۱}{۲}DE\times۶\times\sin B\hat{D}E} = \frac{۴}{۳}\times\frac{\sin D\hat{E}C}{\sin B\hat{D}E}$$

طبق قضیهٔ سینوس‌ها در مثلث ADE داریم:

$$\frac{AE}{\sin\hat{D}_۱} = \frac{AD}{\sin\hat{E}_۱} \Rightarrow \frac{\sin\hat{E}_۱}{\sin\hat{D}_۱} = \frac{۳}{۲}$$

دو زاویهٔ $\hat{D}_۱$ و $B\hat{D}E$ و همچنین دو زاویهٔ $\hat{E}_۱$ و $D\hat{E}C$ مکمل‌اند، پس $\sin B\hat{D}E = \sin\hat{D}_۱$ و $\sin D\hat{E}C = \sin\hat{E}_۱$ و داریم:

$$\frac{S_{CDE}}{S_{BDE}} = \frac{۴}{۳}\times\frac{۳}{۲} = ۲$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۶۲ و ۷۲)

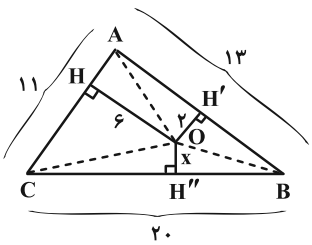
۶۰- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا به کمک قضیهٔ هرون، مساحت مثلث ABC را محاسبه می‌کنیم.

$\overset{\Delta}{ABC}$ نصف محیط: $P = \frac{۱۱+۱۳+۲۰}{۲} = ۲۲$

$$S_{ABC} = \sqrt{۲۲(۲۲-۱۱)(۲۲-۱۳)(۲۲-۲۰)}$$

$$= \sqrt{۲۲\times۱۱\times۹\times۲} = ۶۶$$



مطابق شکل از نقطهٔ O به ۳ رأس مثلث ABC وصل می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$S_{ABC} = S_{OAB} + S_{OAC} + S_{OBC}$$

$$\Rightarrow ۶۶ = \frac{۱}{۲}\times۶\times۱۱ + \frac{۱}{۲}\times۲\times۱۳ + \frac{۱}{۲}\times x\times۲۰$$

$$\Rightarrow ۶۶ = ۳۳ + ۱۳ + ۱۰x \Rightarrow ۱۰x = ۲۰ \Rightarrow x = ۲$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

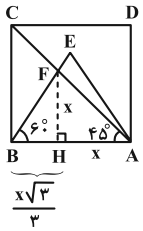
azmooniak | آزمونیاک

هندسه ۱

۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

ارتفاع FH را رسم می‌کنیم. مطابق شکل، مثلث قائم‌الزاویهٔ AFH متساوی‌الساقین است، لذا فرض می‌کنیم $FH = AH = x$. همچنین در مثلث قائم‌الزاویهٔ BFH، زاویهٔ 60° داریم، لذا ضلع BH برحسب FH برابر می‌شود با:

$$BH = \frac{x\sqrt{3}}{3}$$



طبق فرض، برای مساحت مثلث ABF داریم:

$$S_{ABF} = \frac{1}{2}(x)(x+\frac{x\sqrt{3}}{3}) = 3-\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{6}\times(3+\sqrt{3}) = 3-\sqrt{3} \Rightarrow x^2 = \frac{6(3-\sqrt{3})}{3+\sqrt{3}}\times\frac{3-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x^2 = (3-\sqrt{3})^2 \Rightarrow x = 3-\sqrt{3}$$

طول ضلع مربع برابر است با:

$$AB = x+\frac{x\sqrt{3}}{3} = \frac{x(3+\sqrt{3})}{3} = \frac{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}{3} = 2$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۵)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(نیما مهندس)*

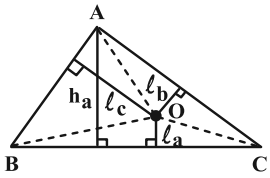
از نقطهٔ O به رئوس مثلث وصل می‌کنیم. مساحت مثلث‌های OBC، OAC و OAB را به ترتیب S_1، S_2 و S_3 می‌نامیم. اگر مساحت مثلث ABC را S در نظر بگیریم، چون مثلث‌های OBC و ABC دارای قاعدهٔ مشترک BC هستند، پس:

$$\frac{S_1}{S} = \frac{\frac{\ell_a \times BC}{2}}{\frac{h_a \times BC}{2}} = \frac{\ell_a}{h_a}$$

$$\xrightarrow{\text{به همین ترتیب}} \frac{S_2}{S} = \frac{\ell_b}{h_b} \quad , \quad \frac{S_3}{S} = \frac{\ell_c}{h_c}$$

در نتیجه:

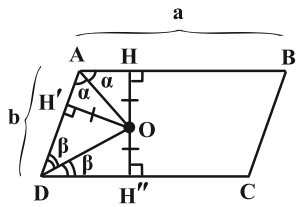
$$\frac{\ell_a}{h_a}+\frac{\ell_b}{h_b}+\frac{\ell_c}{h_c} = \frac{S_1}{S}+\frac{S_2}{S}+\frac{S_3}{S} = \frac{S_1+S_2+S_3}{S} = 1$$



(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(هومن عقیلی)*

طبق فرض و شکل زیر داریم:



$$\begin{cases} O \text{ روی نیمساز } \hat{A} \text{ است} \Rightarrow OH = OH' \\ O \text{ روی نیمساز } \hat{D} \text{ است} \Rightarrow OH' = OH'' \end{cases}$$

$$\Rightarrow OH = OH' = OH'' = x \quad , \quad a = 4b$$

در نتیجه:

$$\frac{S_{OAD}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}OH' \times AD}{AB \times HH''} = \frac{\frac{1}{2}x \times b}{\frac{a}{4b} \times 2x} = \frac{1}{16}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۵)

۶۴- **گزینهٔ «۱»** *(نیما مهندس)*

اگر هر دو ساق را امتداد دهیم، در آن صورت مثلث MCD، متساوی‌الساقین خواهد بود. پس مجموع فواصل هر نقطه روی قاعدهٔ آن، از دو ساق مثلث، برابر با ارتفاع وارد بر ساق مثلث خواهد بود. اگر ارتفاع وارد بر ساق را بخواهیم، نیاز داریم طول‌های هر دو ساق MC و MD و همچنین مساحت MCD را داشته باشیم. از رأس A بر قاعدهٔ بزرگ عمود می‌کنیم و پای عمود را P می‌نامیم؛ با توجه به فرض، واضح است که:

azmooniak | آزمونیاک

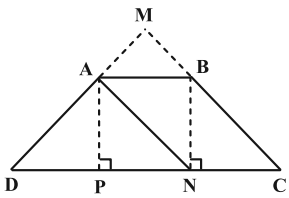
$$AB = DP = PN = NC = ۲$$

طبق تعمیم قضیهٔ تالس $(AB \parallel CD)$ داریم:

$$\frac{MA}{MD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{MA}{۳+MA} = \frac{۲}{۳\times۲} \Rightarrow MA = \frac{۳}{۲} = MB$$

$$BN^۲ = BC^۲ - CN^۲ \Rightarrow BN = \sqrt{۵}$$

$$S_{ABCD} = \frac{(AB+CD)\times BN}{۲} = ۴\sqrt{۵}$$



$$\overset{\Delta}{MAB} \sim \overset{\Delta}{MCD} \Rightarrow \frac{S_{MAB}}{S_{MCD}} = (\frac{MA}{MD})^۲ = \frac{۱}{۹}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{MCD}} = \frac{۸}{۹} \xrightarrow{S_{ABCD}=۴\sqrt{۵}} S_{MCD} = \frac{۹\sqrt{۵}}{۲}$$

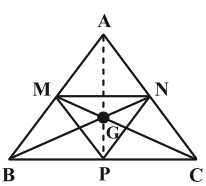
اگر h طول ارتفاع وارد بر ساق MD (یا MC) در مثلث متساوی‌الساقین MCD باشد، آن‌گاه:

$$S_{MCD} = \frac{h\times MD}{۲} \Rightarrow \frac{۹\sqrt{۵}}{۲} = \frac{h\times(\frac{۳}{۲}+۳)}{۲} \Rightarrow h = ۲\sqrt{۵}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۶۵- **گزینهٔ «۴»** *(سرژ یقیازاریان‌تبریزی)*

در یک مثلث با رسم میانه‌های دو ضلع، می‌توان مرکز ثقل مثلث را پیدا کرد. بنابراین میانهٔ AP نیز از نقطهٔ G می‌گذرد. نقاط M، N و P را به هم وصل می‌کنیم تا مثلث MNP پدید آید. می‌دانیم با رسم این مثلث، مثلث ABC به ۴ مثلث هم مساحت تقسیم می‌شود و مرکز ثقل این مثلث بر مرکز ثقل مثلث ABC (نقطهٔ G) منطبق است. می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{aligned} S_{AMN} = \frac{۱}{۴}S_{ABC} \Rightarrow S_{BMNC} = \frac{۳}{۴}S_{ABC} \\ S_{GMN} = \frac{۱}{۳}S_{MNP} \Rightarrow S_{GMN} = \frac{۱}{۱۲}S_{ABC} \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{MNCB}}{S_{GMN}} = \frac{\frac{۳}{۴}S_{ABC}}{\frac{۱}{۱۲}S_{ABC}} = ۹$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(اسحاق اسفندیار)*

اگر تعداد نقاط مرزی را با b و تعداد نقاط درونی را با i در نظر بگیریم آن‌گاه مساحت چندضلعی، طبق فرمول پیک، برابر $S = \frac{b}{۲} - ۱ + i$ است. داریم:

$$S = \frac{b}{۲} - ۱ + i = ۷/۵ \Rightarrow b + ۲i = ۱۷$$

می‌دانیم هر چندضلعی شبکه‌ای، حداقل ۳ نقطهٔ مرزی دارد، پس:

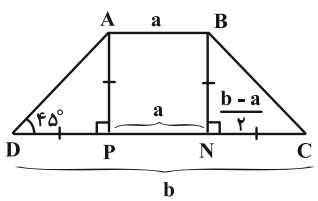
$$\begin{array}{c|ccc} b & ۳ & \cdots\cdots & ۱۷ \\ \hline i & ۷ & \cdots\cdots & ۰ \end{array} \Rightarrow b_{max} = ۱۷ \quad , \quad i_{max} = ۷$$

$$\Rightarrow b_{max} + i_{max} = ۱۷ + ۷ = ۲۴$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

۶۷- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

مطابق تمرین ۴ صفحهٔ ۷۲، اگر اندازهٔ قاعده‌های کوچک و بزرگ به ترتیب a و b باشد، چون زاویه‌های مجاور به قاعده، ۴۵° می‌باشد، آن‌گاه طول ارتفاع وارد بر قاعده‌ها برابر می‌شود با $\frac{b-a}{۲}$.



azmooniak | آزمونیاک

پس مساحت ذوزنقه برابر است با: $\frac{۱}{۲}(a+b)(\frac{b-a}{۲})=\frac{۱}{۴}(b^۲-a^۲)$

و چون در مسئله معلوم نیست a بزرگ‌تر است یا b، لذا:

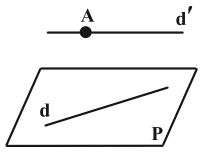
$$S=\frac{۱}{۴}|a^۲-b^۲|$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: تمرین ۴ صفحهٔ ۷۲)

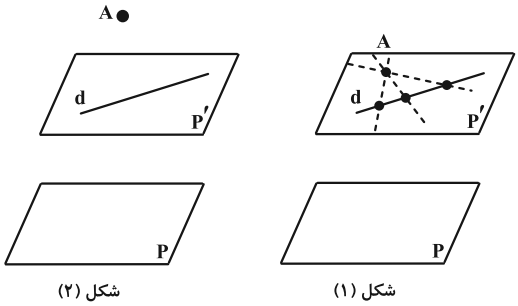
۶۸- **گزینهٔ «۳»** (مهرداد ملوندی)

خط d با صفحهٔ P سه وضعیت نسبت به هم می‌توانند داشته باشند:

(وضعیت اول): d درون صفحهٔ P باشد؛ در این حالت، هر خطی که از نقطهٔ A موازی صفحهٔ P رسم می‌شود با خط d موازی یا متنافر است.



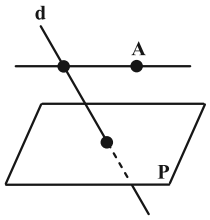
(وضعیت دوم): d موازی با P باشد؛ اگر صفحه شامل خط d و موازی صفحهٔ P را P' بنامیم، آن‌گاه نقطهٔ A می‌تواند در صفحهٔ P' باشد (شکل ۱) یا نباشد (شکل ۲).



در شکل (۱)، خط مورد نظر یکتا نیست و بیشمار جواب دارد.

در شکل (۲)، خط مورد نظر وجود ندارد.

(وضعیت سوم): d متقاطع با P باشد؛ در این صورت، مطابق شکل، فقط یک خط گذرا از نقطهٔ A و متقاطع با d می‌توان رسم کرد که با صفحهٔ P موازی باشد.

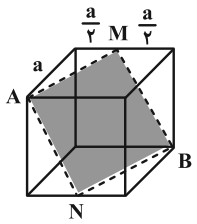


(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۶۹- **گزینهٔ «۱»** (سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)

مطابق شکل، AB قطر مکعب و نقاط M و N وسط‌های دو یال مکعب هستند و چهارضلعی $AMBN$ لوزی است. اگر اندازهٔ یال مکعب را a فرض کنیم، آن‌گاه:

$$AM=\sqrt{a^۲+\frac{a^۲}{۴}}\Rightarrow ۵=\sqrt{\frac{۵a^۲}{۴}}\Rightarrow a=۲\sqrt{۵}$$

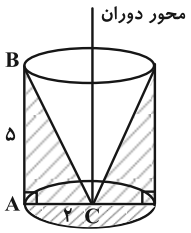


بنابراین مساحت هر وجه در این مکعب برابر $a^۲=۲۰$ است.

(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** (هومن عقیلی)

حجم مورد نظر به صورت زیر است و داریم:



حجم مخروط − حجم استوانه = حجم جسم حاصل

$$=\pi\times۴\times۵-\frac{۱}{۳}\pi\times۴\times۵=\frac{۲}{۳}\pi\times۴\times۵=\frac{۴۰\pi}{۳}$$

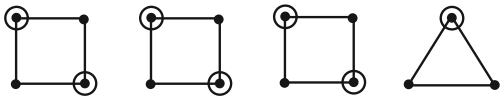
(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

آزمونیاک | azmooniak

ریاضیات گسسته

۷۱- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

در گراف‌های ۲- منتظم زمانی بیشترین عدد احاطه‌گری را داریم که چهارضلعی داشته باشیم. بنابراین نمودار به صورت زیر خواهد بود:



تعداد $\gamma-$مجموعه‌ها : $\binom{۴}{۲}\binom{۴}{۲}\binom{۴}{۲}\binom{۳}{۱}=۶۴۸$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

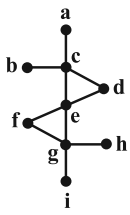
۷۲- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

عدد احاطه‌گری این گراف، $\gamma(G)=۴$ است. وجود دو رأس e و j در هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم الزامی است. حال از میان دو رأس a و b یکی و از میان دو رأس c و d نیز یکی حتماً باید در هر $\gamma-$ مجموعه حاضر باشد، پس تعداد $\gamma-$ مجموعه‌ها برابر $۲\times۲=۴$ است.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

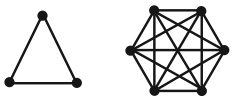
اگر رأس‌های گراف را نام‌گذاری کنیم، مجموعهٔ رأس‌های $\{a\ ,\ b\ ,\ d\ ,\ f\ ,\ h\ ,\ i\}$ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال با بیشترین تعداد عضو است.



(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴)

۷۴- **گزینهٔ «۴»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

یک گراف ناهمبند از مرتبهٔ ۹ که در آن $\delta=۲$ است، می‌تواند شامل بخش‌های جدا از هم «۴ رأسی و ۵ رأسی» یا «۳ رأسی و ۶ رأسی» یا «۳ بخش ۳ رأسی» باشد که با توجه به $q=۱۸$ فقط حالت «۳ رأسی و ۶ رأسی» امکان‌پذیر است:



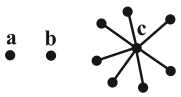
هر کدام از دو بخش گراف، به تنهایی یک گراف کامل است، پس در این گراف هر مجموعهٔ ۲ رأسی که ۱ رأس آن از بخش سه رأسی و رأس دیگر آن از بخش ۶ رأسی انتخاب شده باشد، یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم است. پس:

تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم $=\binom{۳}{۱}\binom{۶}{۱}=۱۸$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

برای حداقل شدن اندازهٔ گراف دو رأس را کنار می‌گذاریم؛ اگر رأس‌های دیگر را به یک رأس وصل کنیم عدد احاطه‌گری برابر ۳ شده و کمترین تعداد یال را داریم. طبق شکل، $\{a\ ,\ b\ ,\ c\}$ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم و $\gamma=۳$ است.



در این حالت اندازهٔ گراف $q=۷$ است که حداقل اندازهٔ ممکن برای این گراف می‌باشد.

توجه: نمودار گراف مذکور یکتا نیست.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

طبق فرض $\gamma(G)=۲$، پس G رأس فول از درجهٔ $(p-۱)$ ندارد و حداکثر درجات رئوس در G می‌توانند $p-۲$ یعنی ۴ باشند. در این صورت حداقل درجات رئوس در $\bar{G}$ برابر ۱ بوده و حداکثر مقدار عدد احاطه‌گری در $\bar{G}$ موقعی به دست می‌آید که $\bar{G}$، گراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۶ باشد و در این حالت $\gamma(\bar{G})=۳$.

آزمونیاک | azmooniak

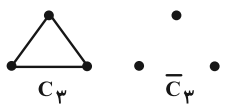
$\overline{G}$:

تذکر: گراف G از مرتبهٔ p اگر رأس تنها نداشته باشد، حداکثر عدد احاطه‌گری آن برابر با $[\frac{p}{2}]$ است.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** (کیوان دارابی)

گراف C_n به ازای $n \geq 3$ وجود دارد. اگر $n = 3$، آن‌گاه:



$$\gamma(C_3) = \left[\frac{3}{3}\right] = 1 \quad \text{و} \quad \gamma(\overline{C}_3) = 3$$

بنابراین در این حالت، تساوی رخ نمی‌دهد. اما اگر $n \geq 4$ آن‌گاه $\gamma(\overline{C}_n) = 2$.

بنابراین nهایی مطلوب است که $\gamma(C_n) = 2$، در نتیجه:

$$\left[\frac{n}{3}\right] = 2 \Rightarrow 1 < \frac{n}{3} \leq 2 \Rightarrow 3 < n \leq 6 \Rightarrow n = 4, 5, 6$$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۷۸- **گزینهٔ «۳»** (مصطفی دیداری)

مجموعهٔ $N_{\overline{G}}[a]$ دارای ۱۴ عضو است پس رأس a در گراف مکمل G از درجهٔ ۱۳ است. از طرفی داریم:

$$13 + \deg_G(a) = 17 - 1 \Rightarrow \deg_G(a) = 3$$

رأس a در گراف G بیشترین درجه را دارد پس $\Delta(G) = 3$ و داریم:

$$\gamma(G) \geq \left[\frac{n}{\Delta(G)+1}\right] = \left[\frac{17}{3+1}\right] = 5$$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۷۹- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی دیداری)

می‌دانیم:

$$\gamma(P_k) = \gamma(C_k) = \left[\frac{k}{3}\right]$$

عدد احاطه‌گری G، مجموع اعداد احاطه‌گری دو گراف P_n و $C_{(3n)}$ است. پس داریم:

$$\left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{3n}{3}\right] = 10 \Rightarrow \left[\frac{n}{3}\right] = 10 - n$$

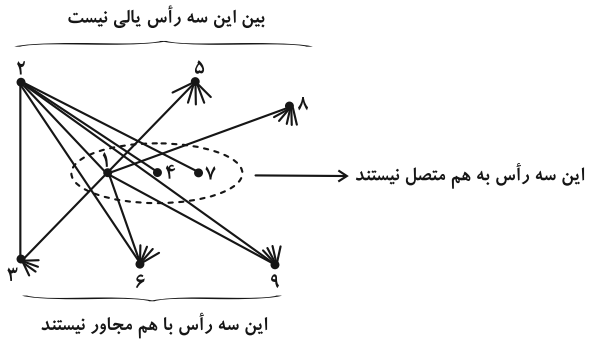
$$\Rightarrow 9 - n < \frac{n}{3} \leq 10 - n \xrightarrow{\times 3} 27 - 3n < n \leq 30 - 3n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 27 - 3n < n \Rightarrow \frac{27}{4} < n \\ n \leq 30 - 3n \Rightarrow n \leq \frac{30}{4} \end{cases} \Rightarrow n = 7 \quad \text{(فقط یک مقدار)}$$

(ریاضیات گسسته- صفحهٔ ۵۳)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** (نیما مهندس)

اگر $N_G(i) = N_G(j)$ باشد، یعنی رئوس i و j مجاور نیستند، پس با توجه به $7 \equiv 4 \equiv 1 \pmod 3$، $8 \equiv 5 \equiv 2 \pmod 3$ و $9 \equiv 6 \equiv 3 \pmod 3$ برای شکل گراف G با q_{max} داریم:



در این گراف، درجهٔ هر یک از رئوس برابر ۶ است. رئوس این گراف به ۳ دستهٔ سه‌تایی تقسیم شده که رئوس هر دسته، به تمامی رئوس سایر دسته‌ها متصل‌اند. در این گراف، $\gamma(G) = 2$ است؛ مثلاً مجموعهٔ $\{2, 1\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم است. در این گراف، تنها سه مجموعهٔ $\{8, 5, 2\}$، $\{7, 4, 1\}$ و $\{9, 6, 3\}$ مینیمال هستند ولی γ– مجموعه نیستند.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴)

azmooniak | آزمونیاک

ریاضیات گسسته- پیشروی سریع

۸۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

چون در هر آجیل، حداقل ۴ نوع خشکبار استفاده می‌شود، پس تعداد آجیل‌های مختلف که در این فروشگاه می‌توان درست کرد، برابر است با:

$$\binom{۷}{۴}+\binom{۷}{۵}+\binom{۷}{۶}+\binom{۷}{۷}=۳۵+۲۱+۷+۱=۶۴$$

نکته: می‌دانیم اگر $r+k=n$ باشد، آنگاه $\binom{n}{r}=\binom{n}{k}$ است، بنابراین

$\binom{۷}{۳}=\binom{۷}{۴}$ ، ... و $\binom{۷}{۷}=\binom{۷}{۰}$ است و در نتیجه داریم:

$$\binom{۷}{۴}+\ldots+\binom{۷}{۷}=\frac{\binom{۷}{۰}+\binom{۷}{۱}+\ldots+\binom{۷}{۷}}{۲}=\frac{۲^۷}{۲}=۲^۶=۶۴$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۸۲- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

چهار حالت می‌تواند وجود داشته باشد:

۱) حرف اول (یـ)، حرف آخر (س): $\frac{۶!}{۲!}$

۲) حرف اول (یـ)، حرف آخر (ر ، و ، ل): $۳\times\frac{۶!}{۲!\times۲!}$

۳) حرف اول (پ)، حرف آخر (س): $۶!$

۴) حرف اول (پ)، حرف آخر (ر ، و ، ل ، ی): $۴\times\frac{۶!}{۲!}$

مجموع: $(\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۴}+۱+۲)\times۶!=(\frac{۱۷}{۴})\times۶!$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۸۳- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

دو حالت در نظر می‌گیریم:

۳	۳	۲	۲	۱	۱
فرد	زوج	فرد	زوج	فرد	زوج

$$\Rightarrow\frac{۳!\times۳!}{۲!\times۲!}=۹$$

۲	۳	۲	۲	۱	۱
زوج غیرصفر	فرد	زوج	فرد	زوج	فرد

$$\Rightarrow\frac{۲\times۲!\times۳!}{۲!\times۲!}=۶$$

پس تعداد کل عددهای مطلوب برابر ۱۵ است.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۸۴- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

روش اول: برای حروف n ، r ، r، سه حالت جایگشت وجود دارد که در $\frac{۱}{۳}$ حالت‌ها حرف n بین دو حرف r قرار دارد. بنابراین تعداد کل جایگشت‌ها برابر است با:

$$\frac{۷!}{۲!۲!}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۷!}{۳!۲!}$$

روش دوم: ابتدا سه جایگاه از میان ۷ جایگاه در این کلمهٔ ۷ حرفی را انتخاب و حروف n ، r ، r را در آن‌ها قرار می‌دهیم که برای هر سه جایگاه انتخابی، این کار فقط به یک طریق امکان‌پذیر است و سپس ۴ حرف دیگر را در ۴ جایگاه باقی‌مانده قرار می‌دهیم. تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{۷}{۳}\times\frac{۴!}{۲!}=\frac{۷!}{۳!۲!}$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

ابتدا سه رقم ۱ ، ۳ ، ۳ را می‌چینیم: ○ ۱ ○ ۳ ○ ۳ ○

حال چهار ناحیه (بین و اطراف ارقام ۱ ، ۳ ، ۳) تشکیل می‌شود که اگر دو رقم ۲ در دو تا از این مکان‌ها قرار بگیرند، قطعاً پیش هم نخواهند بود. این دو مکان با $\binom{۴}{۲}$ طریق انتخاب می‌شوند. از طرفی سه رقم ۱ ، ۳ ، ۳ نیز دارای $\frac{۳!}{۲!}$ جایگشت خواهند بود. بنابراین:

azmooniak | آزمونیاک

تعداد کل اعداد مطلوب $= \binom{۴}{۲} \times \frac{۳!}{۲!} = ۶ \times ۳ = ۱۸$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی دیداری)*

زیرمجموعه‌ها را به صورت زیر دسته‌بندی می‌کنیم:

الف) بزرگ‌ترین عضو برابر ۱۲ و کوچک‌ترین عضو برابر ۱ باشد:

$\{۱ , \underbrace{\bigcirc , \bigcirc , \dots , \bigcirc}_{\text{۱۰ عضو که هر کدام ۲ حالت دارند (می‌توانند باشند یا نباشند)}} , ۱۲\} \Rightarrow$ تعداد $= ۲^{۱۰}$

ب) بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو برابر ۶ و ۲ باشند:

$\{۲ , \bigcirc , \bigcirc , \bigcirc , ۶\} \Rightarrow$ تعداد $= ۲^{۳}$

پ) بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو ۴ و ۳ باشند:

$\{۳ , ۴\} \Rightarrow$ تعداد $= ۱$

تعداد کل زیرمجموعه‌های مطلوب $= ۲^{۱۰} + ۲^{۳} + ۱ = ۱۰۲۴ + ۸ + ۱ = ۱۰۳۳$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۸۷- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

برای فردی که برندهٔ مطلق می‌شود، ۴ انتخاب وجود دارد. فرض کنید از بین افراد $A_۱$ تا $A_۴$، شخص $A_۱$ برندهٔ مطلق باشد، در این صورت، طبق فرض ۲ یا ۳ داور، رأی برنده به $A_۱$ داده‌اند.

الف) در حالتی که $A_۱$ با ۲ رأی داوران، برندهٔ مطلق شده، به $\binom{۳}{۲}$ حالت، ۲ رأی برنده از ۳ داور و به $۳ = ۱ - ۴$ حالت، رأی داور سوم (به فرد غیر $A_۱$) انتخاب دارد، پس در این حالت، به $\binom{۳}{۲} \times ۳ = ۹$ وضعیت می‌توان فرد $A_۱$ را برندهٔ مطلق اعلام کرد.

ب) در حالتی که $A_۱$ با ۳ رأی داوران، برندهٔ مطلق شده، فقط ۱ حالت وجود دارد و آن وقتی که هر سه داور به شخص $A_۱$ رأی داده‌اند. پس تعداد حالاتی که در این مسابقه، برندهٔ مطلق وجود دارد، برابر است با:

$۴ \times (۹ + ۱) = ۴۰$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

به $\binom{۵}{۳}$ طریق، ۳ رقم متمایز را انتخاب می‌کنیم و به $\binom{۳}{۱}$ حالت نیز می‌توان رقم تکراری را انتخاب کرد و در آخر $\frac{۴!}{۲!}$ طریق عدد چهار رقمی را می‌سازیم. پس جواب مورد نظر برابر است با:

$\binom{۵}{۳}\binom{۳}{۱} \times \frac{۴!}{۲!} = ۱۰ \times ۳ \times ۱۲ = ۳۶۰$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۸۹- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

نکته: فرض کنید n حرف دلخواه داده شده باشد. تعداد جایگشت‌های $(n-۱)$ تایی این n حرف برابر با تعداد جایگشت‌های n تایی (یعنی کل حروف) است.

پس تعداد جایگشت‌های ۶ حرفی با حروف کلمهٔ «سرسرایی» برابر است با:

$$\frac{۷!}{۲!۲!۲!}$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا شریف‌طبیی)*

اگر ارقام ۷ و ۵ را کنار بگذاریم، مجموعه ارقام $\{۹ , ۸ , ۶ , ۴ , ۳ , ۲ , ۱ , ۰\}$ را داریم که می‌خواهیم با آن‌ها عدد طبیعی ۴ رقمی بسازیم. در مورد تکراری نبودن ارقام، مطلبی بیان نشده، پس می‌توانیم تکرار هم داشته باشیم:

$$\underset{\text{همهٔ ارقام به غیر از صفر}}{\underset{\downarrow}{۷}} \times ۸ \times ۸ \times \underset{\text{ارقام زوج } \{۸ , ۶ , ۴ , ۲ , ۰\}}{\underset{\downarrow}{۵}} = ۲۲۴۰$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

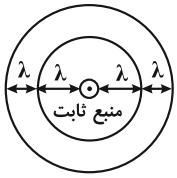
azmooniak | آزمونیاک

فیزیک ۳

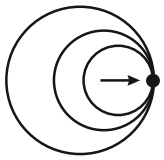
۹۱- **گزینهٔ «۱»** *(بهزاد آزادفر)*

موارد «پ» و «ت» صحیح‌اند.

وقتی منبع صوت ثابت است، جبهه‌های موج به صورت زیر می‌باشند:



وقتی منبع صوت با سرعت صوت حرکت می‌کند، جبهه‌های موج به صورت زیر می‌باشند:



$v_{\text{صوت}} = v_{\text{منبع}}$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

۹۲- **گزینهٔ «۴»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

سرعت چشمهٔ صوت (آمبولانس) و سرعت شخص درون خودرو با هم برابر است و برای شخص پدیدهٔ دوپلر اتفاق نمی‌افتد. یعنی رانندهٔ آمبولانس و شخص درون خودرو صدای آژیر را با همان بسامد واقعی می‌شنوند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

۹۳- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

می‌دانیم تغییرات تراز شدت صوت از رابطهٔ $\Delta\beta = 10\log\frac{I_2}{I_1}$ به‌دست می‌آید و داریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \Delta\beta = 10\log\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 20\log\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

$$\Rightarrow 20 = 20\log\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 10 \Rightarrow r_2 = \frac{r_1}{10} = 0/5\,m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۹۴- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا فاصلهٔ ناظر A را از چشمهٔ صوت S_2 می‌یابیم:

$$r_2 = \sqrt{d^2 + (\frac{d}{2})^2} = \sqrt{\frac{5}{4}d^2} \Rightarrow r_2 = \frac{d}{2}\sqrt{5}$$

با توجه به رابطهٔ تراز شدت صوت، داریم:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10\log\frac{I_1}{I_2} \xrightarrow[\frac{I_1}{I_2}=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2]{I=\frac{P}{A}=\frac{P}{4\pi r^2}}$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10\log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \xrightarrow[r_2=\frac{d}{2}\sqrt{5}]{r_1=d}$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10\log\left(\frac{\frac{d}{2}\sqrt{5}}{d}\right)^2 = 10\log\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10\log\frac{10}{8} = 10(\log 10 - \log 2^3)$$

$$= 10(\log 10 - 3\log 2) \xrightarrow[\log 2=0/3]{\log 10=1}$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10(1 - 3\times 0/3) = 10\times 0/1 = 1\,dB$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمدکاظم منشاری)*

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 63 = 10\log\frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow \log\frac{I}{I_0} = 6/3 = 6 + 0/3 = \log 10^6 + \log 2 = \log 2\times 10^6$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 2\times 10^6 \Rightarrow I = 2\times 10^{-6}\,\frac{W}{m^2}$$

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow A = \frac{P}{I} = \frac{60\times 10^{-3}}{2\times 10^{-6}} = 3\times 10^4\,m^2$$

$$A = 4\pi R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{A}{4\pi} = \frac{3\times 10^4}{12} = \frac{1}{4}\times 10^4\,m^2$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{2}\times 100 = 50\,m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

ابتدا نسبت شدت صوت در حالت دوم به حالت اول را به‌دست می‌آوریم.

توجه کنید که دامنهٔ چشمهٔ موج هیچ تغییری نداشته است:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow[r_2=r_1-\frac{20}{100}r_1=0/8r_1]{A_1=A_2\ ,\ f_2=f_1+\frac{60}{100}f_1=1/6f_1}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 1\times\left(\frac{1/6f_1}{f_1}\right)^2\left(\frac{r_1}{0/8r_1}\right)^2 = \left(\frac{1/6}{0/8}\right)^2 = 2^2$$

azmooniak | آزمونیاک

اکنون رابطهٔ تغییر تراز شدت صوت را می‌نویسیم و مقدار آن را به‌دست می‌آوریم:

$$\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}\xrightarrow{\frac{I_۲}{I_۱}=۲^۲}\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log ۲^۲=۲۰\log ۲$$

$$\beta_۲-\beta_۱=۲۰\times ۰/۳=۶dB$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۸)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*

اگر ۲۰ درصد توان چشمهٔ صوت توسط محیط جذب شود، ۸۰ درصد توان صوت به شنونده می‌رسد. پس توان متوسط صوت را پس ازجذب محیط به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۸۰}{۱۰۰}=\frac{\bar{P}_۲}{\bar{P}_۱}\xrightarrow{\bar{P}_۱=۱۵۰W}۰/۸=\frac{\bar{P}_۲}{۱۵۰}\Rightarrow\bar{P}_۲=۱۲۰W$$

با داشتن تراز شدت صوت احساسی توسط شنونده، شدت صوت دریافتی را محاسبه می‌کنیم:

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\xrightarrow[I_۰=۱۰^{-۱۲}\frac{W}{m^۲}]{\beta=۱۱۰dB}۱۱۰=۱۰\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}$$

$$\Rightarrow\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}=۱۱\Rightarrow\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}=۱۰^{۱۱}\Rightarrow I=۱۰^{-۱}\frac{W}{m^۲}$$

حال می‌توان فاصلهٔ شنونده را از چشمهٔ صوت به‌دست آورد:

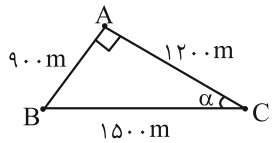
$$I=\frac{\bar{P}_۲}{A}=\frac{\bar{P}_۲}{۴\pi r^۲}\xrightarrow[\pi=۳\ ,\ I=۱۰^{-۱}\frac{W}{m^۲}]{\bar{P}_۲=۱۲۰W}$$

$$۱۰^{-۱}=\frac{۱۲۰}{۴\times۳\times r^۲}\Rightarrow r^۲=۱۰^۲\Rightarrow r=۱۰m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۹۸- **گزینهٔ «۱»** *(حسین الهی)*

$$\sin\alpha=۰/۶=\frac{AB}{BC}\Rightarrow AB=۰/۶\times۱۵۰۰=۹۰۰m$$



$$AB^۲+AC^۲=BC^۲\Rightarrow AC=\sqrt{۱۵۰۰^۲-۹۰۰^۲}=۱۲۰۰m$$

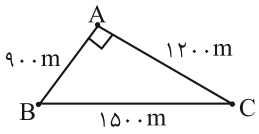
$$v=\frac{L}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}v=\frac{۹۰۰}{t_{AB}}\\ v=\frac{۱۲۰۰}{t_{AC}}\end{cases}\Rightarrow\frac{۹۰۰}{t_{AB}}=\frac{۱۲۰۰}{t_{AC}}$$

$$\Rightarrow\frac{t_{AC}}{t_{AB}}=\frac{۱۲۰۰}{۹۰۰}=\frac{۴}{۳}$$

$$\xrightarrow{t_{AC}=t_{AB}+۱}\frac{t_{AB}+۱}{t_{AB}}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow ۴t_{AB}=۳t_{AB}+۳$$

$$\Rightarrow\begin{cases}t_{AB}=۳s\\ t_{AC}=۴s\end{cases}\Rightarrow v_{\text{صوت}}=\frac{۹۰۰}{۳}=۳۰۰\frac{m}{s}$$

با جابجا کردن مکان بمب داریم:



$$\begin{cases}t_{AB}=\frac{۹۰۰}{۳۰۰}=۳s\\ t_{BC}=\frac{۱۵۰۰}{۳۰۰}=۵s\end{cases}\Rightarrow\Delta t=۵-۳=۲s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۹۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیراحمد میرسعید)*

$$\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log(\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

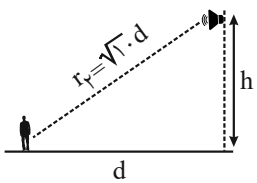
تراز شدت صوت ۱۰dB کاهش می‌یابد، پس:

$$\beta_۲-\beta_۱=-۱۰dB\Rightarrow-۱۰=۱۰\log(\frac{r_۱}{r_۲})^۲\Rightarrow\log(\frac{r_۱}{r_۲})^۲=-۱$$

$$\Rightarrow(\frac{r_۱}{r_۲})^۲=۱۰^{-۱}\Rightarrow\frac{r_۱}{r_۲}=\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}\Rightarrow r_۲=\sqrt{۱۰}r_۱$$

$r_۱=d$ فاصلهٔ شخص تا محل منبع در ابتدا d بوده است.

$r_۲=\sqrt{۱۰}d$



$$h^۲+d^۲=(\sqrt{۱۰}d)^۲\Rightarrow h^۲+d^۲=۱۰d^۲$$

$$\Rightarrow h^۲=۹d^۲\Rightarrow h=۳d$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود غدانی)*

با حرکت چشمهٔ صوت، جبهه‌های موج فشرده می‌شوند و بسته به سرعت چشمه شکل‌های متفاوتی ایجاد می‌شود. هر چه سرعت چشمه بیشتر باشد، فشردگی بیشتر است. در حالت ($v=v_{\text{صوت}}$) جبهه‌ها در مقابل چشمه مماس می‌شوند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۸)

azmooniak | آزمونیاک

فیزیک ۳- پیشروی سریع

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** (محمدکاظم منشاری)

برای نور سفید تابیده شده به یک منشور شیشه‌ای داریم:

قرمز < نارنجی < زرد < سبز < آبی < بنفش : ضریب شکست

و در نتیجه مقایسهٔ میزان انحراف پرتوها نیز به همین صورت است.

(فیزیک ۳- صفحهٔ ۱۰۰)

۱۰۲- **گزینهٔ «۴»** (محسن سلماسی‌ونر)

ابتدا تندی انتشار صوت را می‌یابیم:

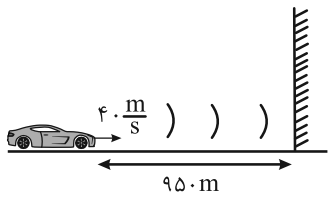
$$v = \lambda f \Rightarrow v = 1/5\times10^{-2}\times100\times10^{3} = 1500\frac{m}{s}$$

اکنون زمان حرکت صوت در محیط را پیدا می‌کنیم:

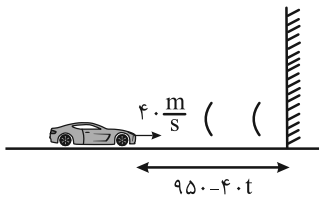
$$2\Delta x = vt \Rightarrow 600 = 1500t \Rightarrow t = \frac{600}{1500} = 0/4s = 400ms$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۰۳- **گزینهٔ «۲»** (امیراحمد میرسعید)



در لحظهٔ شلیک



در لحظهٔ شنیدن پژواک شلیک

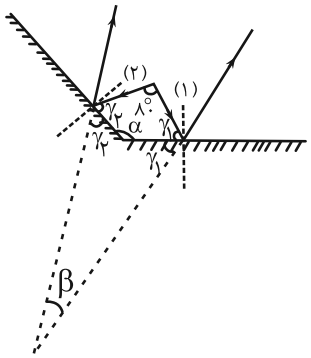
$$\Delta x = v_{صوت}t \Rightarrow 950 + (950 - 40t) = 340t$$

$$1900 - 40t = 340t \Rightarrow 380t = 1900 \Rightarrow t = \frac{190}{38} = 5s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** (علی برزگر)

بنا به زوایای مشخص شده روی شکل داریم:



$$\text{جمع زوایای داخلی چهارضلعی} = 360^\circ$$

$$80 + 2\gamma_1 + 2\gamma_2 + \beta = 360^\circ \qquad (I)$$

$$80 + \gamma_1 + \gamma_2 + \alpha = 360^\circ \Rightarrow \gamma_1 + \gamma_2 = 360^\circ - 80^\circ - \alpha = 280^\circ - \alpha$$

$$\Rightarrow \gamma_1 + \gamma_2 = 280^\circ - \alpha \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} 80^\circ + 2(280^\circ - \alpha) + \beta = 360^\circ$$

$$80^\circ + 560^\circ - 2\alpha + \beta = 360^\circ \Rightarrow \beta = 2\alpha - 280^\circ$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۱۰۵- **گزینهٔ «۳»** (علیرضا جباری)

تندی انتشار موج به جنس و ویژگی‌های محیط انتشارش وابسته است. طبق رابطهٔ $v = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$ و با توجه به یکسان بودن مقادیر F و ρ در هر دو بخش ریسمان، تندی انتشار موج با قطر طناب رابطهٔ وارون دارد. بنابراین تندی تپ در قسمت نازک بیشتر است. $(v' > v)$ یعنی گزینه‌های «۲» و «۴» رد می‌شوند.

از طرفی تپی که به قسمت ضخیم ریسمان بازتاب می‌شود چون به مانع محکمی برخورد نکرده، وارونه نمی‌شود و فقط با دامنهٔ کمتر به قسمت ضخیم برمی‌گردد. بنابراین گزینهٔ «۳» درست است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۱۰۶- **گزینهٔ «۳»** (حسین الهی)

با استفاده از رابطهٔ $v = \frac{c}{n}$ و $\Delta x = v\Delta t$، داریم:

$$\frac{\Delta x_{شیشه}}{\Delta x_{هوا}} = \frac{v_{شیشه}\times t}{v_{هوا}\times t} \Rightarrow \frac{\Delta x_{شیشه}}{\Delta x_{هوا}} = \frac{n_{هوا}}{n_{شیشه}} \Rightarrow \frac{L}{\Delta x_{هوا}} = \frac{1}{\frac{8}{5}}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{هوا} = \frac{8}{5}L \Rightarrow \frac{\Delta x_{هوا} - \Delta x_{شیشه}}{\Delta x_{شیشه}} = \frac{\frac{8}{5}L - L}{L} = \frac{3}{5} = 0/6 = 60\%$$

(فیزیک ۳- صفحهٔ ۹۷)

azmooniak | آزمونیاک

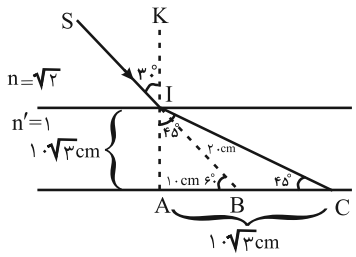
۱۰۷- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

سرعت صوت در هوا کمتر از آب است، پس در هنگام حرکت موج صوتی از آب به هوا، جبهه‌های موج به خط عمود نزدیک شده و با توجه به رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$، به علت کاهش سرعت موج و ثابت ماندن بسامد موج، طول موج کمتر شده و جبهه‌های موج به هم نزدیک‌تر می‌شوند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۱۰۸- **گزینهٔ «۳»** *(بهزاد آزادخو)*

ضریب شکست هوا $n' = 1$ است.



طبق قانون شکست اسنل داریم:

$$n \sin ۳۰^\circ = n' \sin r$$

$$\sqrt{۲} \times \sin ۳۰^\circ = ۱ \times \sin r$$

$$\frac{\sqrt{۲}}{۲} = \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow r = ۴۵^\circ$$

مثلث IAC که قائم‌الزاویه، متساوی‌الساقین است، پس $AC = IA$ و در مثلث IAB چون زاویه $A\hat{I}B$ با زاویهٔ SIK متقابل به رأس است، پس برابر ۳۰° می‌باشد و با تعریف سینوس می‌توان ابعاد مثلث IAB را حساب کرد.

$$BC = AC - AB = ۱۰\sqrt{۳} - ۱۰ = ۱۰(\sqrt{۳} - ۱)\,cm$$ انحراف

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

۱۰۹- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

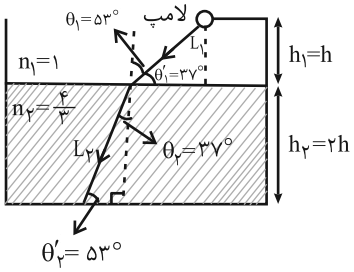
کوتاه‌ترین زمان برای رسیدن نور لامپ به کف ظرف آب، در کوتاه‌ترین مسیر طی شده (مسیر حرکت عمودی) به‌دست می‌آید. اگر مدت زمان حرکت نور در خلأ را با $\Delta t_۱$ و مدت زمان حرکت نور در آب را با $\Delta t_۲$ نشان دهیم، طبق رابطهٔ حرکت یکنواخت بر روی خط راست $(\Delta x = v\Delta t)$ داریم:

$$\begin{cases} \Delta t_T = \Delta t_۱ + \Delta t_۲ \\ \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \;;\; v = \frac{c}{n} \end{cases} \Rightarrow \Delta t_T = \frac{h}{\frac{c}{n_۱}} + \frac{۲h}{\frac{c}{n_۲}} = \frac{h(n_۱ + ۲n_۲)}{c}$$

$$\xrightarrow[c=۳\times۱۰^۸ \frac{m}{s},\ n_۱=۱,\ n_۲=\frac{۴}{۳}]{\Delta t_T = ۳۳\times۱۰^{-۹}\,s} ۳۳\times۱۰^{-۹} = \frac{h(۱+\frac{۸}{۳})}{۳\times۱۰^۸}$$

$$\Rightarrow h = ۲/۷\,m$$

مطابق با شکل زیر و با استفاده از قانون شکست اسنل می‌توان نوشت:



$$n_۱ \sin\theta_۱ = n_۲ \sin\theta_۲ \Rightarrow (۱)(\frac{۴}{۵}) = \frac{۴}{۳}\sin\theta_۲$$

$$\Rightarrow \sin\theta_۲ = \frac{۳}{۵} = ۰/۶ \Rightarrow \theta_۲ = ۳۷^\circ$$

$$\sin\theta'_۱ = \frac{h_۱}{L_۱} \Rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{۲/۷}{L_۱} \Rightarrow L_۱ = ۴/۵\,m$$

$$\Delta t'_۱ = \frac{L_۱}{c} = \frac{۴/۵}{۳\times۱۰^۸} = ۱۵\times۱۰^{-۹}\,s = ۱۵\,ns$$

$$\sin\theta'_۲ = \frac{h_۲}{L_۲} \Rightarrow \frac{۴}{۵} = \frac{۲(۲/۷)}{L_۲} \Rightarrow L_۲ = ۶/۷۵\,m$$

$$\Delta t'_۲ = \frac{n_۲ L_۲}{c} = \frac{۴(۶/۷۵)}{۹\times۱۰^۸} = ۳۰\,ns \Rightarrow \Delta t'_T = \Delta t'_۱ + \Delta t'_۲ = ۴۵\,ns$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۱۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(مسام نادری)*

در پدیدهٔ پراش هر چه پهنای شکاف (a) کوچک‌تر و طول موج (λ) بزرگ‌تر شود، پراش بارزتر است:

$$\lambda \uparrow \xrightarrow[a \downarrow]{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{v}{\downarrow af \downarrow} \Rightarrow (af)\downarrow \Rightarrow$$ پراش بارزتر

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

azmooniak | آزمونیاک

فیزیک ۲

۱۱۱- **گزینهٔ «۱»** *(محسن سلماسی‌ونر)*

از نمودار دریافت می‌کنیم که $\varepsilon_B = 5V$ و $\varepsilon_A = 10V$ و اندازهٔ شیب نمودار $V-I$ هم r را نشان می‌دهد. پس $r_A = \frac{10}{5} = 2\Omega$ و $r_B = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}\Omega$.

$$V_A = V_B \Rightarrow \varepsilon_A - r_A I_A = \varepsilon_B - r_B I_B$$

طبق قانون اهم $R = \frac{V}{I}$ است و چون V و R برای هر دو یکسان می‌باشد، پس Iها هم یکسان هستند.

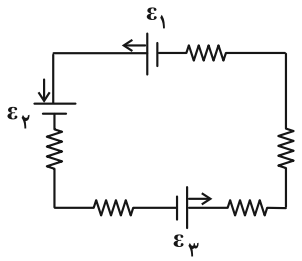
$$\Rightarrow 10 - 2I = 5 - \frac{1}{2}I \Rightarrow I = \frac{10}{3}A$$

$$I = \frac{\varepsilon_A}{R + r_A} = \frac{\varepsilon_B}{R + r_B} \Rightarrow \frac{10}{3} = \frac{10}{R+2} \Rightarrow R = 1\Omega$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۵)

۱۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

با توجه به این‌که باتری‌های ε_1 و ε_3 تولید کننده و باتری ε_2 مصرف کننده است، لذا باید توان ورودی مربوط به باتری ε_2 را به دست آوریم.



ابتدا باید جریان مدار را به دست آوریم:

$$I = \frac{(\varepsilon_3 + \varepsilon_1) - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + r_3 + R_1 + R_2} = \frac{(9+12) - 6}{0/5 + 2 + 1 + 3 + 1} = \frac{15}{7/5} = 2A$$

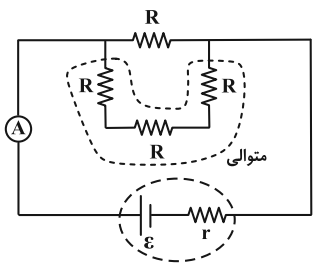
برای باتری مصرف کنندهٔ ε_2 داریم:

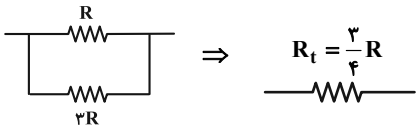
$$P = \varepsilon_2 I + r_2 I^2 \Rightarrow P = 6 \times 2 + 1 \times 4 = 16W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۱۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(افشین مینو)*

اگر کلید S_1 بسته و S_2 باز باشد، مدار به صورت شکل زیر است.

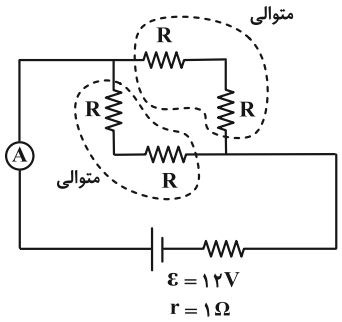


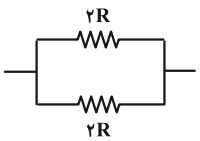


$$\Rightarrow R_t = \frac{3}{4}R$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_t + r} \Rightarrow 3 = \frac{12}{\frac{3}{4}R + 1} \Rightarrow R = 4\Omega$$

اگر کلید S_1 باز و S_2 بسته شود، مدار به صورت شکل زیر است:





$$\Rightarrow R'_t = R = 4\Omega$$

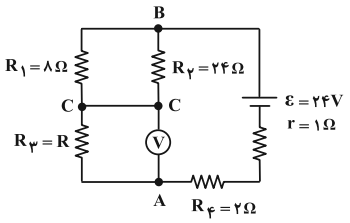
$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_t + r} = \frac{12}{4+1} = \frac{12}{5} = 2/4A$$

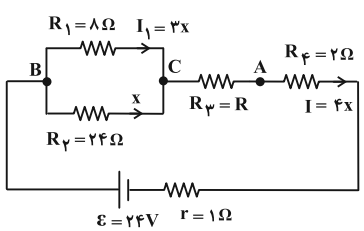
بنابراین جریان عبوری از آمپرسنج، $0/6\,A$ کاهش یافته است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

چون ولت‌سنج آرمانی است، جریانی از شاخهٔ ولت‌سنج عبور نمی‌کند. در نتیجه مدار به شکل زیر ساده می‌شود:





azmooniak | آزمونیاک

چون مقاومت‌های 8Ω و 24Ω موازی‌اند، جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود. اگر جریان عبوری از مقاومت 24Ω را x بگیریم، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 x \Rightarrow 8 I_1 = 24x \Rightarrow I_1 = 3x$$

$$I = I_1 + x = 3x + x = 4x$$

چون توان مصرفی در مقاومت ۲۴ اهمی، نصف توان مصرفی در مقاومت R است، داریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow 24x^2 = \frac{1}{2}(R \times (4x)^2) \Rightarrow R = 3\Omega$$

اکنون مقاومت معادل را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 + R_4 = \frac{8 \times 24}{8 + 24} + 3 + 2 = 11\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{24}{1 + 11} = 2A$$

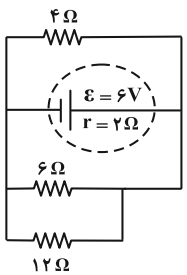
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و C یعنی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 را نشان می‌دهد:

$$V = IR_3 = 2 \times 3 = 6V$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۱۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا مدار را با نقطه‌گذاری ساده می‌کنیم، دقت کنید مقاومت 12Ω سمت راست، اتصال کوتاه می‌شود.



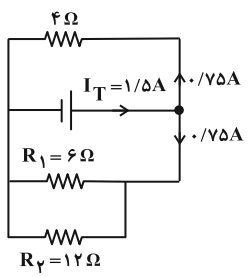
$$R' = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega$$

$$R_T = \frac{R'}{2} = \frac{4}{2} = 2\Omega$$

جریان کل مدار برابر است با:

$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{6}{2 + 2} = \frac{3}{2}A$$

با توجه به شکل اصلی مدار، جریانی که از مقاومت 6Ω می‌گذرد برابر $0/5A$ و جریان عبوری از مقاومت 12Ω، برابر $0/25A$ است. زیرا:



$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 6I_1 = 12I_2 \Rightarrow I_1 = 2I_2$$

$$I_1 + I_2 = 0/75 \Rightarrow 2I_2 + I_2 = 0/75 \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 0/5A \\ I_2 = 0/25A \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$V_2 = R_2 I_2 = 12 \times 0/25 = 3V$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۱۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

اگر به ازای دو مقاومت معادل خارجی $R_{eq,1}$ و $R_{eq,2}$ در یک مدار، توان خروجی مولد یکسان باشد، می‌توان نوشت:

$$r^2 = R_{eq,1} \times R_{eq,2}$$

مقاومت معادل مدار را در حالت اول که همهٔ کلیدها باز است، به دست می‌آوریم. مقاومت‌های ۱۴ اهمی با یکدیگر موازی‌اند و مجموعه آن دو با مقاومت‌های 4Ω و 5Ω به صورت متوالی قرار دارند.

$$R_{eq,1} = \frac{14 \times 14}{14 + 14} + 4 + 5 = 7 + 4 + 5 = 16\Omega$$

$$r^2 = R_{eq,1} \times R_{eq,2} \xrightarrow[r=8\Omega]{R_{eq,1}=16\Omega} 8^2 = 16 \times R_{eq,2}$$

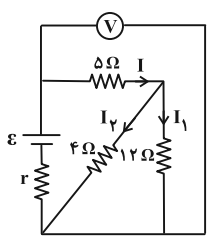
$$\Rightarrow R_{eq,2} = \frac{64}{16} = 4\Omega$$

هر کلیدی که بسته شود، مقاومتی که به دو سر آن کلید متصل است، اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد. با وصل کلیدهای k_1 و k_3 مقاومت‌های ۱۴ اهمی و مقاومت ۵ اهمی از مدار حذف شده و تنها مقاومت 4Ω باقی می‌ماند که همان $R_{eq,2} = 4\Omega$ است. بنابراین گزینهٔ «۴» درست است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۱۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*

مقاومت‌های 4Ω و 12Ω موازی‌اند، بنابراین جریان اصلی I که از مقاومت 5Ω عبور می‌کند، بین دو مقاومت 4Ω و 12Ω به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.



$$I_1 = \frac{4}{4 + 12} I = \frac{I}{4}$$

azmooniak | آزمونیاک

اما ولت‌سنج مجموع اختلاف پتانسیل‌های مقاومت‌های 5Ω و 12Ω را نشان می‌دهد. یعنی:

$$V = 5I + 12I_1 = 5I + 12\times\frac{I}{4} = 8I$$

$$\xrightarrow{V=16V} 16 = 8I \Rightarrow I = 2A$$

حال با داشتن جریان شاخهٔ اصلی، می‌توان نیروی محرکهٔ باتری را به دست آورد که برای این منظور ابتدا مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم.

$$R_{eq} = 5 + \frac{4\times12}{4+12} = 8\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow[I=2A\ ,\ r=2\Omega]{R_{eq}=8\Omega} 2 = \frac{\varepsilon}{8+2} \Rightarrow \varepsilon = 20V$$

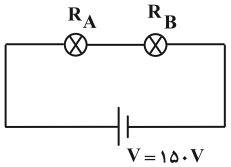
(فیزیک ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی نکوئیان)*

با توجه به رابطهٔ توان مصرفی $\left(P = \frac{V^2}{R}\right)$ برای دو لامپ A و B داریم:

$$\frac{P_B}{P_A} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^2 \times \frac{R_A}{R_B} \xrightarrow[V_A=V_B=200V]{P_B=120W\ ,\ P_A=240W} \frac{1}{2} = \frac{R_A}{R_B}$$

اگر دو لامپ را به صورت متوالی به یکدیگر وصل کنیم، نسبت ولتاژ دو سر آن‌ها، برابر با نسبت مقاومت آن‌ها خواهد بود. پس:



$$\begin{cases} \frac{V'_B}{V'_A} = \frac{R_B}{R_A} = 2 \\ V'_B + V'_A = 150V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V'_B = 100V \\ V'_A = 50V \end{cases}$$

با توجه به ثابت بودن مقاومت هر لامپ می‌توان نوشت:

$$\frac{P'_A}{P_A} = \left(\frac{V'_A}{V_A}\right)^2 \xrightarrow[P_A=240W]{V'_A=50V\ ,\ V_A=200V} \frac{P'_A}{240} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow P'_A = 15W$$

$$\frac{P'_B}{P_B} = \left(\frac{V'_B}{V_B}\right)^2 \xrightarrow[P_B=120W]{V'_B=100V\ ,\ V_B=200V} \frac{P'_B}{120} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow P'_B = 30W$$

بنابراین توان مصرفی مجموعه برابر است با:

$$P'_T = P'_A + P'_B = 15 + 30 = 45W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۱۱۹- **گزینهٔ «۱»** *(محمد مقدم)*

در حالت اول مقاومت معادل R_1 و R_2 را به دست می‌آوریم:

$$R_{1,2} = \frac{3\times6}{3+6} = 2\Omega$$

جریان مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{24-6}{2+1+5+1} = 2A$$

چون باتری ۲ مصرف کننده است، برای توان ورودی آن داریم:

$$P_2 = I(\varepsilon_2 + r_2 I) \Rightarrow P_2 = 2(6+1\times2) = 16W$$

در حالت دوم نیز به شرح بالا عمل می‌کنیم:

$$R_{1,2} = \frac{6}{2} = 3\Omega$$

$$I = \frac{24-6}{3+1+5+1} = 1/8A$$

$$P'_2 = 1/8(6+1\times1/8) = 14/04W$$

و تغییرات توان مصرفی برابر است با: $\Delta P = 14/04 - 16 = -1/96W$

یعنی توان ورودی باتری ۲، $1/96W$ کاهش یافته است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۴)

۱۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمدکاظم منشادی)*

اگر $I_{3,4} = I$ داریم:

$$\frac{I_{3,4}}{I_2} = \frac{R_2}{R_{eq\,3,4}} = \frac{20}{10+30} = \frac{1}{2} \Rightarrow I_2 = 2I_{3,4} = 2I$$

$$I_1 = I_2 + I_{3,4} = 3I$$

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 8\times(3I)^2 = 72I^2$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 20\times(2I)^2 = 80I^2$$

$$P_3 = R_3 I_3^2 = 10\times(I)^2 = 10I^2$$

$$P_4 = R_4 I_4^2 = 30\times(I)^2 = 30I^2$$

مشخص شد که بیشترین توان مصرفی مربوط به مقاومت (۲) است:

$$P_{max} = P_2 = 160W \Rightarrow 80I^2 = 160 \Rightarrow I^2 = 2A^2$$

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 72I^2 + 80I^2 + 10I^2 + 30I^2$$

$$= 192I^2 = 384W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

azmooniak | آزمونیاک

فیزیک ۱

۱۲۱- **گزینهٔ «۲»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

بنابه قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{t_1} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}m(100-0) = 50m$$

$$W_{t_2} = K_3 - K_2 = \frac{1}{2}m(v_3^2 - v_2^2) = \frac{1}{2}m(900-100) = 400m$$

$$\Rightarrow \frac{W_{t_2}}{W_{t_1}} = \frac{400m}{50m} = 8 \Rightarrow \frac{W_{t_2}}{1000} = 8 \Rightarrow W_{t_2} = 8000J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

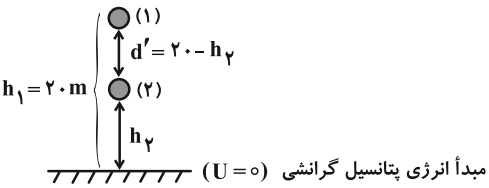
۱۲۲- **گزینهٔ «۳»** (زهره آقامحمدی)

ابتدا با استفاده از رابطهٔ کار نیروی ثابت، اندازهٔ نیروی مقاومت هوا را محاسبه می‌کنیم:

$$W_{f_D} = f_D d\cos\theta \xrightarrow[d=20m\ ,\ W_{f_D}=-16J]{\theta=180^\circ\ ,\ \cos\theta=-1} -16 = f_D \times 20 \times (-1)$$

$$\Rightarrow f_D = 0/8N$$

اکنون با استفاده از اصل پایستگی انرژی در دو نقطهٔ رها شدن و لحظه‌ای که تندی توپ به $8\frac{m}{s}$ می‌رسد، داریم:



$$W'_{f_D} = E_2 - E_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$f_D d'\cos 180^\circ = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 - mgh_1$$

$$\xrightarrow[d'=20-h_2\ ,\ v_2=8\frac{m}{s}\ ,\ f_D=0/8N]{mg=4N\ ,\ g=10\frac{N}{kg}\ ,\ m=0/4kg\ ,\ h_1=20m}$$

$$0/8\times(20-h_2)\times(-1) = 4h_2 + \frac{1}{2}\times 0/4\times 64 - 4\times 20$$

$$-16 + 0/8h_2 = 4h_2 + 12/8 - 80 \Rightarrow 51/2 = 3/2h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 16m$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

۱۲۳- **گزینهٔ «۱»** (علی برزگر)

ابتدا باید انرژی جنبشی اولیهٔ جسم را حساب کنیم:

$$m = 1200g = 1/2kg$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}\times 1/2\times 20^2 = 240J$$

هنگام برخورد ٪۶۴ از انرژی تلف می‌شود. در این صورت ٪۳۶ از انرژی در فنر ذخیره می‌شود. لذا انرژی پتانسیل کشسانی فنر برابر است با:

$$U = \frac{36}{100}K_1 = \frac{36}{100}\times 240 = 86/4J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۱۲۴- **گزینهٔ «۲»** (مسعود خدرانی)

طبق قضیهٔ کار و انرژی داریم: $W_t = W_F + W_f = \Delta K$

$$W_F = Fd\cos 37^\circ = (50\times 10)(0/8) = 400J$$

$$\Delta K = K_2 - \cancel{K_1}^{0} = \frac{1}{2}(5)(10^2 - 0) = 250J$$

$$|W_f| = 400 - 250 = 150J$$

$$\frac{|W_f|}{W_F}\times 100 = \frac{150}{400}\times 100 = 37/5\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۱۲۵- **گزینهٔ «۱»** (حسین الهی)

با توجه به نبود اصطکاک می‌توان از قانون پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کرد.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 10\times h_1 + \frac{1}{2}\times 6^2 = 10\times 3 + \frac{1}{2}(5)^2$$

$$10h_1 + 18 = 30 + 12/5 \Rightarrow h_1 = 2/45m$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۲۶- **گزینهٔ «۲»** (مجتبی نکوئیان)

طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی برای مسیر رفت و برگشت داریم:

مسیر رفت: $W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$

$$\Rightarrow -mgh + W_f = \frac{1}{2}m(0-900) = -450m$$

$$\Rightarrow W_f = mgh - 450m \qquad (1)$$

مسیر برگشت: $W_t = \Delta K \Rightarrow W'_{mg} + W_f = \frac{1}{2}m(v_3^2 - v_2^2)$

$$\Rightarrow +mgh + W_f = \frac{1}{2}m(400-0) = 200m$$

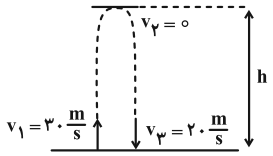
$$\Rightarrow W_f = 200m - mgh \qquad (2)$$

azmooniak | آزمونیاک

از تساوی دو معادلهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$\xrightarrow{(۱)\,,\,(۲)} mgh - ۴۵۰m = ۲۰۰m - mgh \Rightarrow h = \frac{۶۵}{۲}m$$

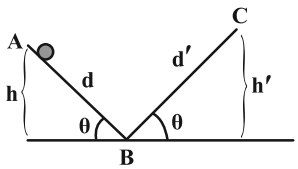
$$|W_{mg}| = mgh = (۲)(۱۰)(\frac{۶۵}{۲}) = ۶۵۰J$$



(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(بهزاد آزادخو)*

چون تندی در مسیر AB ثابت است، پس $\Delta K = ۰$ است.



$$\sin\theta = \frac{h}{d} \Rightarrow d = \frac{h}{\sin\theta}$$

$$W_t = \Delta K = ۰ \Rightarrow W_{mg} + W_f = ۰$$

$$\Rightarrow mgh + f.\frac{h}{\sin\theta} \times \underbrace{\cos ۱۸۰^\circ}_{-۱} = ۰$$

اندازهٔ نیروی اصطکاک در مسیر AB $f = mg\sin\theta$

و چون نیروی اصطکاک در مسیر BC ۵۰٪ کمتر است، پس اندازهٔ نیروی اصطکاک مسیر BC برابر $f' = \frac{۱}{۲}mg\sin\theta$ است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f'} = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲)$$

$$\Rightarrow -mgh' - f'd' = \frac{۱}{۲}m(۰ - v^۲)$$

$$-mgd'\sin\theta - \frac{۱}{۲}mg\sin\theta \times d' = -\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow ۲gd'\sin\theta + gd'\sin\theta = v^۲ \Rightarrow v^۲ = ۳gd'\sin\theta$$

$$\Rightarrow d' = \frac{v^۲}{۳g\sin\theta}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۱۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیراحمد میرسعید)*

اگر فنر حداکثر تا نقطهٔ E جمع شده باشد، بین نقاط A و E می‌توان نوشت:

$$E_E - E_A = W_{f_k} \Rightarrow U_{فنر} + mgh_E - mgh_A - \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = W_{f_k}$$

$$U_{فنر} + ۲\times۱۰\times۲ - ۲\times۱۰\times۳۰ - \frac{۱}{۲}\times۲\times۲۵ = -۱۰\times۲۰$$

$$\Rightarrow U_{فنر} = ۳۸۵J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۱۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(علی برزگر)*

توان مفید پمپ صرف بالا آوردن آب می‌شود، بنابراین داریم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{مفید}}{P_{خروجی}}\times۱۰۰ \Rightarrow ۶۵ = \frac{P_{مفید}}{P_{ورودی}}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow P_{مفید} = ۰/۶۵P_{ورودی}$$

$$P_{مفید} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} \Rightarrow ۰/۶۵\times۴\times۷۵۰ = \frac{m\times۱۰\times۳۰}{۶۰}$$

$$\Rightarrow m = ۳۹۰kg$$

با توجه به این‌که چگالی آب برابر است با: $\rho = ۱\frac{g}{cm^۳} = ۱\frac{kg}{L}$

لذا می‌توان نوشت: $V = \frac{m}{\rho} = \frac{۳۹۰}{۱} = ۳۹۰L = ۳/۹\times۱۰^۲L$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا جباری)*

در لحظهٔ $t = ۰$ داریم: $E_۱ = K_۱ + U_۱ = ۰ + E = E$

در پایان بازهٔ زمانی مورد نظر داریم:

$$E_۲ = K_۲ + U_۲ = \frac{E}{۳} + \frac{E}{۳} = \frac{۲}{۳}E$$

بنابراین انرژی مکانیکی جسم کاهش یافته و مورد (الف) نادرست است.

همچنین می‌توان نوشت: $E_۲ - E_۱ = \frac{۲}{۳}E - E = -\frac{۱}{۳}E$

یعنی $\frac{۱}{۳}$ از انرژی مکانیکی جسم تلف شده است، بنابراین مورد (ت) نیز نادرست است.

از طرفی با توجه به نمودار، انرژی جنبشی جسم و در نتیجه تندی آن در حال افزایش است، یعنی عبارت (ب) درست است.

عبارت (پ) نیز درست است، زیرا در مورد انرژی پتانسیل گرانشی جسم در ارتفاع $\frac{h}{۲}$ داریم: $\frac{U_۲}{U_۱} = \frac{mgh_۲}{mgh_۱} = \frac{\frac{h}{۲}}{h} = \frac{۱}{۲}$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۴ تا ۸۲)

azmooniak | آزمونیاک

شیمی ۳

۱۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمسعود حسینی)*

میانگین عدد اتمی عنصرهای داده شده $(\frac{۹۰}{۵}=۱۸)$ برابر با عدد اتمی عنصر وسط یعنی عنصر C است. بنابراین عنصرهای مورد نظر عبارت‌اند از:

$$\underset{\downarrow}{A}\ ,\ \underset{\downarrow}{B}\ ,\ \underset{\downarrow}{C}\ ,\ \underset{\downarrow}{D}\ ,\ \underset{\downarrow}{E}$$
$$_{۱۶}S \quad _{۱۷}Cl \quad _{۱۸}Ar \quad _{۱۹}K \quad _{۲۰}Ca$$

بررسی موارد:

الف) درست؛ ترکیب D با B همان KCl است که به دلیل بزرگ‌تر بودن شعاع یون K^+ نسبت به Li^+ و همچنین Cl^- نسبت به F^-، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ کمتری در مقایسه با LiF دارد.

ب) درست؛ نقطهٔ ذوب ترکیب E و A (CaS) از نقطهٔ ذوب ترکیب D و A $(K_۲S)$ بیشتر است. زیرا مجموع قدرمطلق بار کاتیون و آنیون در CaS بزرگ‌تر از $K_۲S$ است.

پ) نادرست؛ نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به عدد کوئوردیناسیون آنیون برابر با نسبت شمار آنیون‌ها به شمار کاتیون‌ها است.

ترکیب حاصل از E و B ← $CaCl_۲$: $\frac{۲}{۱}$

ترکیب حاصل از D و A ← $K_۲S$: $\frac{۱}{۲}$

ت) نادرست؛ ترکیب حاصل از دو عنصر A و B $(SCl_۲)$ یک ترکیب مولکولی است. بنابراین می‌توان برای توصیف آن از واژه‌های مولکول و فرمول مولکولی استفاده کرد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

۱۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(سعید تیزرو)*

بررسی موارد:

مورد اول: با توجه به کاهش شعاع گونه B و افزایش شعاع گونه A می‌توان نتیجه گرفت B فلز و A نافلز است.

مورد دوم: به کمک رابطهٔ بار به شعاع یون می‌توان بار هر یک از یون‌ها را به دست آورد که با توجه به فلز بودن B و نافلز بودن A، بار یون B برابر (۲+) و بار یون A برابر (۲-) است. در نتیجه در ترکیب یونی حاصل از A و B (BA) نسبت کاتیون به آنیون همانند آلومینیم فسفید (AlP) یک‌به‌یک است.

مورد سوم:

$$\left.\begin{array}{l} ۲+۲=۴ : \text{مجموع قدرمطلق بار یون‌ها در } BA \\ ۲+۱=۳ : \text{مجموع قدرمطلق بار یون‌ها در } CaCl_۲ \end{array}\right\}$$

انرژی لازم برای فروپاشی BA بیشتر از $CaCl_۲$ است.

مورد چهارم: با توجه به بیشتر بودن شعاع آنیون A از کاتیون B پس عنصر A می‌تواند هم‌دورهٔ عنصر B یا در دورهٔ پایین‌تری نسبت به آن قرار داشته باشد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

۱۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

واکنش بین سدیم و گاز کلر یک واکنش گرماده و خودبه‌خودی است که با کاهش سطح انرژی مواد همراه خواهد بود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

۱۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(هادی مهدی‌زاده)*

نیتینول آلیاژی از نیکل (Ni) و تیتانیم (Ti) است که به آلیاژ هوشمند معروف است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۶)

۱۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(یاسر راش)*

بررسی موارد:

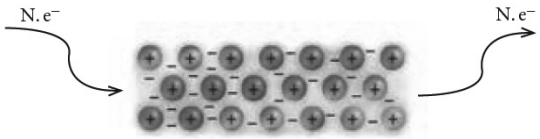
الف) پس از دورهٔ سنگی، در دورهٔ برنز و سپس آهن، جوامع دچار دگرگونی و رشد چشمگیری شدند و این خود نشان از جایگاه برجستهٔ فلزها در تمدن بشری دارد. (درست)

ب) فلزها بخش عمدهٔ عنصرهای جدول دوره‌ای را تشکیل می‌دهند، عنصرهایی که در هر چهار دستهٔ s، p، d و f جای داشته اما رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متنوعی دارند. (نادرست)

پ) داشتن جلا و رسانایی الکتریکی و گرمایی (یا حرارتی) و شکل‌پذیری از جمله رفتارهای فیزیکی فلزها و واکنش‌پذیری و تنوع اعداد اکسایش از جمله رفتارهای شیمیایی آن‌ها است. (درست)

ت) بر اثر ورود جریان الکتریسیته به یک قطعهٔ فلزی، به همان اندازه که از یک‌سو الکترون وارد قطعه می‌شود، به همان اندازه از سوی دیگر، الکترون از قطعهٔ فلزی خارج می‌شود. (نادرست)

azmooniak | آزمونیاک



(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۱۳۶- **گزینهٔ «۲»** (علیرضا بیانی)

ابتدا واکنش مورد نظر را نوشته و موازنه می‌کنیم:

$$۲V^{n+} + (n-۲)\,Zn \rightarrow (n-۲)\,Zn^{۲+} + ۲V^{۲+}$$

روش I)

$$۲LV^{n+} \times \frac{۰/۱mol\,V^{n+}}{۱LV^{n+}} \times \frac{(n-۲)mol\,Zn}{۲mol\,V^{n+}} \times \frac{۶۵g\,Zn}{۱mol\,Zn} = ۱۳g\,Zn$$

$$\Rightarrow n = ۴$$

روش II)

$$\frac{M \times V}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{۰/۱ \times ۲}{۲} = \frac{۱۳g}{۶۵(n-۲)}$$

$$\Rightarrow n = ۴$$

عدد اکسایش محلول اولیه ۴ بوده و رنگ محلول آبی می‌باشد.

الکترون مبادله شده

ضریب عنصر اکسنده × اندیس عنصر اکسنده × تغییر عدد اکسایش عنصر اکسنده =

توجه: به جای عنصر اکسنده، از کاهنده نیز می‌توان استفاده کرد.

$e = ۲ \times ۱ \times ۱ = ۲e^-$ مبادله شده

(شیمی ۳- صفحهٔ ۸۶)

۱۳۷- **گزینهٔ «۴»** (یاسر راش)

جدول زیر برخی ویژگی‌های تیتانیم را در مقایسه با فولاد زنگ نزن نشان می‌دهد.

ماده / ویژگی	تیتانیم	فولاد
نقطهٔ ذوب $(^\circ C)$	۱۶۶۷	۱۵۳۵
چگالی $(g.mL^{-۱})$	۴/۵۱	۷/۹۰
واکنش با ذره‌های موجود در آب	ناچیز	متوسط
مقاومت در برابر خوردگی	عالی	ضعیف
مقاومت در برابر سایش	عالی	عالی

بررسی موارد:

الف) دلیل اصلی استفاده از تیتانیم در ساخت موتور جت و وجه برتری آن بر فولاد، مقاومت حرارتی (نقطهٔ ذوب) بالاتر و چگالی کمتر آن است. علاوه بر این یکی دیگر از دلایل استفاده از تیتانیم در ساخت موتور جت، مقاومت آن در برابر سایش است، اما تیتانیم در این ویژگی به فولاد برتری ندارد؛ زیرا فولاد نیز در برابر سایش همانند تیتانیم عالی عمل می‌کند.

ب) مقاومت تیتانیم در برابر خوردگی و سایش، درخشان بودن و زیبایی، از مزایای استفاده از تیتانیم در ساخت بناهای هنرمندانه، زیبا و ماندگار همانند موزهٔ گوگنهایم با پوشش بیرونی تیتانیم است.

پ) چگالی تیتانیم کمتر از فولاد است.

ت) واکنش تیتانیم با ذره‌های موجود در آب دریا ناچیز است، در حالی که میزان واکنش فولاد با ذره‌های موجود در آب دریا نسبت به تیتانیم بیشتر بوده و در صورت استفاده از فولاد در ساخت پروانهٔ کشتی اقیانوس‌پیما، نیاز به تعویض دوره‌ای دارد که از لحاظ اقتصادی به صرفه نیست.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۱۳۸- **گزینهٔ «۴»** (محمدرضا جمشیری)

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: Hg جزو فلزات است ولی در دمای اتاق مایع است.

مورد دوم: سیلسیم کربید یک جامد کووالانسی است نه مولکولی!

مورد سوم: هر چه نقطهٔ جوش یک گاز بالاتر باشد، آن گاز آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۳۹- **گزینهٔ «۴»** (امیرعلی بیات)

نافلزهای C و D اگر به آرایش یک گاز نجیب رسیده باشند به این معنی است که در یک دوره از جدول قرار دارند و عنصر C به دلیل شعاع بزرگ‌تر، سمت چپ‌تر در دورهٔ خود نسبت به عنصر D قرار دارد و یون آن بار بیشتری خواهد داشت (مثل $_۸O$ و $_۷N$). پس در حضور کاتیون یکسان، آنتالپی فروپاشی شبکه و نقطهٔ ذوب ترکیب Mg با C بیشتر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ترکیب C با D یک ترکیب مولکولی خواهد بود و این مواد چکش‌خوار نیستند.

آزمونیاک | azmooniak

۲) آنتالپی فروپاشی شبکه وابسته به بار یون‌ها می‌باشد که در این سوال معلوم نشده است.

۳) ممکن است B عنصر گالیم باشد و A عنصری از دستهٔ d که باعث غلط بودن این گزینه می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۰)

۱۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیرعلی بیات)*

وقتی ماده‌ای همه طول موج‌های مرئی را بازتاب کند، سفید رنگ دیده می‌شود، مثل TiO_2.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) همهٔ ترکیبات فلزات واسطه محلول نیستند مثل Fe_2O_3 و محلول تمامی فلزات واسطه هم رنگی نیست مثل $Zn^{2+}(aq)$.

۲) مطابق نمودار داده شده محلول آهن در ناحیهٔ رنگ قرمز (۶۰۰- ۷۰۰) نانومتر جذب زیادی ندارد پس به رنگ قرمز دیده می‌شود و Fe^{3+} است.

۴) رنگ‌دانه‌ها عامل رنگی شدن ماده هستند.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر؛ صفحه‌های ۸۵ و ۸۶)

شیمی ۳- پیشروی سریع

۱۴۱- **گزینهٔ «۴»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

موارد (الف) و (ت) درست‌اند.

بررسی سایر موارد:

ب) نادرست؛ دانش فناوری تصفیهٔ آب، مانع گسترش بیماری‌ها از جمله وبا در جهان شده است.

پ) نادرست؛ فناوری شناسایی و تولید کودهای شیمیایی نقش چشمگیری در تأمین غذای جمعیت جهان دارد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۱۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ تولید سلاح‌های شیمیایی استفادهٔ نادرست از دانش شیمی است برخلاف تولید کودهای شیمیایی.

ب) درست

پ) نادرست؛ فناوری تولید بنزین بر حمل و نقل سرعت بخشید و مبدل‌های کاتالیستی آلودگی ناشی از آن را کاهش داد.

ت) درست

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۱۴۳- **گزینهٔ «۴»** *(هادی مهدی‌زاده)*

MRI از کاربردهای طیف‌سنجی در علم پزشکی است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۲)

۱۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

عبارت‌های سوم و چهارم نادرست هستند.

تعیین جرم اتم‌ها با دقت زیاد توسط طیف‌سنجی جرمی انجام‌پذیر است و طیف‌سنجی فروسرخ در این رابطه قابل استفاده نیست.

از طرفی ترکیب‌های با فرمول مولکولی یکسان ممکن است با یکدیگر ایزومر بوده و دارای گروه‌های عاملی متفاوتی باشند (به عنوان مثال الکل‌ها و اترهای هم کربن با تعداد گروه‌های عاملی یکسان). در این صورت در طیف‌سنجی فروسرخ گسترهٔ متفاوتی از پرتوها را جذب خواهند کرد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۱۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ زیرا نیتروژن در هوای آلوده یا پاک بیشترین درصد حجمی را دارد. (حدود ٪۷۸)

ب) درست؛

$$\underset{۵/۹۹}{CO} > \underset{۱/۶۷}{C_xH_y} > \underset{۱/۰۴}{NO}$$

؛ مقدار آلاینده به ازای طی یک کیلومتر

پ) درست

ت) نادرست؛ از طیف‌سنجی فروسرخ می‌توان برای شناسایی آلاینده‌هایی مانند CO و اکسیدهای نیتروژن در هواکره و نیز شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای استفاده کرد.

آزمونیاک | azmooniak

ث) نادرست؛ ماده‌ای به رنگ قرمز طول موج‌های کوتاه (حدود ۴۰۰ تا ۵۰۰ نانومتر) را جذب می‌کند ولی ماده‌ای به رنگ آبی طول موج‌های بلند را جذب می‌کند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

۱۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

موارد (پ) و (ت) نادرست هستند.

شکل درست گزینه‌ها:

پ) تفاوت انرژی مواد اولیه و محصولات ΔH است نه E_a.

ت) واکنش‌های گرماده نیز برای شروع نیاز به انرژی فعال‌سازی دارند که گاهی با جرقه یا شعله تأمین می‌شود مثل سوختن متان.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۷)

۱۴۷- **گزینهٔ «۱»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست

۲) نادرست؛ فسفر سفید برخلاف گاز هیدروژن در هوا و در دمای اتاق به‌طور خودبه‌خودی و بدون جرقه می‌سوزد.

۳) نادرست؛ در واکنش‌های گرماگیر $\Delta H > 0$ و در همهٔ واکنش‌ها $E_a > 0$ است.

۴) نادرست؛ کاتالیزور لازم برای فرایند هابر Fe است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۱۴۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرمحمد کنگرانی‌فراهانی)*

ابتدا باید ΔH واکنش یعنی گرمای مبادله شده به ازای مصرف ۲ مول CO را محاسبه کنیم:

CO مصرف شده در مبدل به ازای مسافت $50km = (11-0/36)\times 50 = 532g$

$$2molCO \times \frac{28gCO}{1molCO} \times \frac{5377kJ}{532gCO} = 566kJ$$

با توجه به نمودار خواهیم داشت: $E_a = 900 - 566 = 334kJ$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

۱۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

شرایط آزمایش	دما ($^\circ C$)	سرعت واکنش	ΔH واکنش
بدون حضور کاتالیزگر	۲۵	ناچیز	-۵۷۲
ایجاد جرقه در مخلوط	۲۵	انفجاری	-۵۷۲
در حضور پودر روی	۲۵	سریع	-۵۷۲
در حضور توری پلاتینی	۲۵	انفجاری	-۵۷۲

با توجه به جدول بالا:

ΔH هر سه واکنش برابر است. (نادرستی گزینهٔ «۱»)

انرژی فعال‌سازی واکنش ۱ و ۲ یکسان است چون، جرقهٔ انرژی فعال‌سازی را تأمین کرده و کاهش نمی‌دهد. (نادرستی گزینهٔ «۳»)

در آزمایش دو اصلاً کاهش E_a را نداریم. (نادرستی گزینهٔ «۴»)

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

۱۵۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرعلی بیات)*

نماد فلز رودیم (Rh) می‌باشد.

بررسی برخی از گزینه‌ها:

مجموع جرم آلاینده‌ها به ازای طیف مسافت ۱ کیلومتر در غیاب مبدل: $5/99+1/67+1/04=8/7g$

مجموع جرم آلاینده‌ها به ازای ۱ کیلومتر در حضور مبدل: $0/61+0/07+0/04=0/72g$

میزان کاهش آلاینده‌ها: $8/7-0/72g=7/98g$

درصد کاهش جرم آلاینده‌ها $= \frac{7/98}{8/7}\times 100 \simeq 92\%$

در واقع در این سؤال مسافت طی شده و تعداد خودروها جزء اطلاعات اضافی سؤال است که صرفاً می‌تواند باعث طولانی‌تر شدن حل سؤال شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

azmooniak | آزمونیاک

شیمی ۲

۱۵۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرعلی بیات)*

اولین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها همان متان (CH_4) و سومین عضو آن پروپان یا همان (C_3H_8) می‌باشد و اختلاف آن‌ها در $2CH_2$ می‌باشد.

$$\Delta H_{C_3H_8} - \Delta H_{CH_4} = 2\Delta H_{CH_2}$$

$$\Rightarrow 2\Delta H_{CH_2} = (-2200) - (-890) \Rightarrow \Delta H_{CH_2} = -655\,kJ$$

$3n + 2 = 14 \Rightarrow n = 4$ (بوتان)

$$\Delta H_{C_4H_{10}} = \Delta H_{C_3H_8} + \Delta H_{CH_2} = -2200 - 655 = -2855\,kJ$$

$$116\times10^{-3}\,g\ C_4H_{10} \times \frac{1\,mol\ C_4H_{10}}{58\,g\ C_4H_{10}} \times \frac{2855\,kJ}{1\,mol\ C_4H_{10}}$$

$$\simeq 5710\times10^{-3}\,kJ = 5710\,J$$

روغن زیتون $Q = mc\Delta\theta = m\times2\times35 \Rightarrow m \simeq 81/6\,g$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۷ تا ۷۱)

۱۵۲- **گزینهٔ «۱»** *(حسین شاهسواری)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) آنتالپی به‌طور مطلق قابل اندازه‌گیری نیست.

۳) ابتدا شیوه اتصال اتم‌ها عوض می‌شود و بعد خواص آن تغییر می‌کند.

۴) انرژی مواد غذایی در بدن آزاد می‌شود. (نه بدن)

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۱۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیرعلی بیات)*

چون دمای هر دو ظرف برابر است، میانگین تندی (انرژی جنبشی) و ظرفیت گرمایی ویژهٔ مولکول‌های هر دو ظرف برابر است و چون جرم ظرف B بیشتر از A است، انرژی گرمایی آن بیشتر است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۱۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(یاسر راش)*

گرما را می‌توان هم‌ارز با آن مقدار انرژی گرمایی دانست که به دلیل تفاوت در دما جاری می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) زیرا سیب‌زمینی آب‌پز مقدار آب بیشتری نسبت به تکهٔ نان دارد و برای هم‌دما شدن با محیط، تکهٔ سیب‌زمینی زمان بیشتری نیاز دارد.

۳) هر چه دمای یک نمونهٔ معین (مثلاً روغن زیتون) بیشتر باشد، انرژی گرمایی آن نیز بیشتر می‌شود. (البته در مقادیر یکسان از ماده)

۴) ظرفیت گرمایی ویژهٔ آب بیشتر از ظرفیت گرمایی ویژه روغن زیتون است (حدود ۲ برابر)، بنابراین بر اثر رساندن دمای دو نمونهٔ ۱۰۰ گرمی آب و روغن زیتون به $75^\circ C$، میزان گرمایی که صرف نمونهٔ آب می‌شود، بیشتر است، در نتیجه ظرفیت گرمایی نمونهٔ آب نیز بیشتر خواهد بود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱۵۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمسعود حسینی)*

گرمای جذب شده توسط آب، برابر با مقدار گرمایی است که آلومینیم از دست می‌دهد:

$$Q_{H_2O} = Q_{Al}$$

$$\Rightarrow |m_{H_2O}\times c_{H_2O}\times\Delta\theta_{H_2O}| = |m_{Al}\times c_{Al}\times\Delta\theta_{Al}|$$

$$\Rightarrow |81\times4/2\times30| = |m_{Al}\times0/9\times(-21)| \Rightarrow m_{Al} = 540\,g$$

تعداد اتم‌های Al در نمونه $= 540\,g\ Al \times \frac{1\,atom\ Al}{4/5\times10^{-23}\,g\ Al}$

$$= 12\times10^{24}\,atom\ Al$$

حجم هر اتم Al $= \frac{48\,cm^3}{12\times10^{24}} = 4\times10^{-24}\,cm^3$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\times10^{-24} \Rightarrow \frac{4}{3}\times3r^3 = 4\times10^{-24} \Rightarrow r = 10^{-8}\,cm$$

$$r = 10^{-8}\,cm \times \frac{10^{-2}\,m}{1\,cm} \times \frac{1\,pm}{10^{-12}\,m} = 100\,pm$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

azmooniak | آزمونیاک

۱۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی موارد:

الف) درست؛ فرایند هم‌دما شدن شیر $50^\circ C$ با بدن و هم‌دما شدن بستنی با بدن به ترتیب گرماده و گرماگیر است که می‌تواند به ترتیب نمودارهای ۲ و ۱ باشد.

ب) نادرست؛ سوخت و ساز شیر در بدن همراه با آزاد شدن گرما است یعنی $Q < 0$ اما در دمای ثابت انجام می‌شود. $(\Delta\theta = 0)$

پ) درست؛ در فرایند هم‌دما شدن بستنی با بدن گرما از بدن به بستنی یعنی از محیط به سامانه منتقل می‌شود.

ت) درست

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۱۵۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی موارد:

الف) درست

ب) درست

پ) درست، فراورده گاز آن O_2 می‌باشد.

ت) درست

ث) نادرست؛ گاز NO_2 قهوه‌ای رنگ است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۱۵۸- **گزینهٔ «۴»** *(حسین شاهسواری)*

فرمول مولکولی آن به صورت $C_9H_9SO_4NCl_2$ است. پس نسبت جرمی نیتروژن به هیدروژن $(\frac{14}{9} \simeq 1/5)$ کمتر از ۲ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱)

$$\underbrace{2\times7}_{Cl}+\underbrace{1\times5}_{N}+\underbrace{4\times6}_{O}+\underbrace{1\times6}_{S}+\underbrace{9\times1}_{H}+\underbrace{9\times4}_{C}=94$$: الکترون‌های ظرفیت

۲) این مولکول حاوی یک گروه عاملی هیدروکسیل و یک پیوند $C-N$ است.

۳) به علت داشتن گروه عاملی هیدروکسیل، کربوکسیل و آمینی می‌تواند پیوند هیدروژنی برقرار کند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱۵۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

$$I)\ 400\,kJ = \Delta H_{A-A} + \Delta H_{B-B}$$

$$II)\ 100\,kJ : \Delta H_{A-A} + \Delta H_{B-B} - 2\Delta H_{A-B}$$

$$I - II = 300 = 2\Delta H_{A-B} \Rightarrow \Delta H_{A-B} : 150\,kJ$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۱۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

ΔH واکنش تولید آمونیاک طی فرایند هابر $(N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3)$ مطابق نمودار ارائه شده برابر است با: $-183 + 91 = -92\,kJ$

گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای نیم کیلوگرم آب به اندازهٔ $50^\circ C$:

$$Q = mc\Delta\theta = 500\times4/2\times50 = 105000\,J = 105\,kJ$$

گرم آمونیاک تولید شده به ازای آزاد شدن ۱۰۵ کیلوژول گرما:

$$105\,kJ \times \frac{34\,g\ NH_3}{92\,kJ} \simeq 38/8\,g\ NH_3$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

آزمونیاک | azmooniak

شیمی ۱

۱۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(حسین شاهسواری)*

معادلهٔ موازنه شده به صورت زیر است:

$$۴C_۳H_۵N_۳O_۹(l) \rightarrow ۱۲CO_۲(g)+۶N_۲(g)+O_۲(g)+۱۰H_۲O(l)$$

$$x=۳\ ,\ y=۵\ ,\ a=۱۲\ ,\ b=۱ \Rightarrow x+y+a+b=۲۱$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۶۲- **گزینهٔ «۴»** *(حسین شاهسواری)*

مطابق با رابطهٔ $\text{تعداد پیوند}=\frac{\text{بار}+\text{کمبود الکترون تا رسیدن به گاز نجیب}}{۲}$، می‌توان شماره گروه عنصر x را به دست آورد.

بررسی گزینه‌ها:

۱) در این ترکیب عنصر x متعلق به گروه ۱۶ است. (مثل $SO_۴^{۲-}$):

$$۴=\frac{x+۸-۲}{۲} \Rightarrow x=۲$$

۲) در این ترکیب عنصر x متعلق به گروه ۱۶ است. (مثل $SO_۲$):

$$۳=\frac{x+۴}{۲} \Rightarrow x=۲$$

۳) در این ترکیب عنصر x متعلق به گروه ۱۶ است. (مثل $SO_۳$):

$$۴=\frac{x+۶}{۲} \Rightarrow x=۲$$

۴) در این ترکیب عنصر x متعلق به گروه ۱۵ است. (مثل $PCl_۳$):

$$۳=\frac{x+۳}{۲} \Rightarrow x=۳$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۱۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در بالاترین لایهٔ هواکره عنصر اکسیژن به شکل‌های O^+، O، $O_۲$ و $O_۲^+$ مشاهده می‌شود.

ب) نادرست؛ انرژی گرمایی مولکول‌های گاز در هواکره باعث می‌شود تا پیوسته در حال جنبش باشند و در تمام هواکره توزیع شوند.

پ) نادرست؛ روند تغییرات دما در هواکره می‌تواند دلیلی بر لایه‌ای بودن آن باشد. (فشار به‌طور پیوسته کاهش می‌یابد.)

ت) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحهٔ ۴۸

ث) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحهٔ ۵۴

(شیمی ۱- صفحه‌های ۴۷ تا ۵۳)

۱۶۴- **گزینهٔ «۱»** *(امیرعلی بیات)*

$$\Delta\theta=|(۲۵۱-۲۷۳)-۱۴|=۳۶^\circ$$

در لایه اول به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع دما ۶° کاهش می‌یابد:

$$\frac{۳۶}{۶}=۶\,km \quad \text{(ارتفاع مورد نظر)}$$

$$۱atm \xrightarrow{۲km} ۰/۸atm \xrightarrow{۲km} ۰/۶۴atm \xrightarrow{۲km} ۰/۵۱۲atm$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۱۶۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرعلی بیات)*

در اثر ترکیب فلز $_{۱۱}Na$ با اکسیژن (عنصر گازی باقی‌مانده در شکل ۲)، اکسید بازی تولید می‌شود که باعث افزایش pH آب می‌شود.

بررسی گزینه‌های درست:

ترتیب جدا شدن گازها به صورت زیر است:

$N_۲$ سپس Ar و بعد از آن $O_۲$ خارج می‌شود. نقطهٔ جوش $O_۲$ و Ar به هم خیلی نزدیک است. پس تهیهٔ هر یک از آن‌ها به صورت خالص بسیار دشوار است.

Ar، دومین گازی که از مخلوط جدا می‌شود واکنش‌پذیری ناچیزی دارد چراکه گاز نجیب است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۲ تا ۶۱)

azmooniak | آزمونیاک

۱۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

برای این منظور از نیتروژن، فراوان‌ترین گاز هواکره استفاده می‌شود.

بررسی برخی گزینه‌های درست:

۱) این لایه همان تروپوسفر است.

۲) درصد حجمی آرگون در هواکره حدود ۰/۹ درصد بوده و از مجموع درصد حجمی سایر گازهای نجیب هواکره بیشتر است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(محسن مجنوبی)*

تنها نام Cr_2O_3 درست نوشته شده است.

نام درست ترکیبات داده شده به شرح زیر است:

SrO : استرانسیم اکسید — Mg_3N_2 : منیزیم نیترید

SO_3 : گوگرد تری اکسید — NO : نیتروژن مونوکسید

CuO : مس (II) اکسید

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۱۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمسعود حسینی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ آب گازدار محلول CO_2 در آب بوده و دارای خاصیت اسیدی است. بنابراین کاغذ pH آغشته به آن به رنگ سرخ درمی‌آید.

۲) درست؛ سوزاندن سوخت فسیلی در وسایل نقلیه، حجم انبوهی کربن دی‌اکسید را وارد هواکره می‌کند. با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید در هواکره، بخش زیادی از آن در آب دریاها و اقیانوس‌ها حل شده و به این ترتیب خاصیت اسیدی آب افزایش می‌یابد و می‌تواند منجر به مرگ مرجان‌ها و تغییر رنگ آن‌ها از سرخ به سفید شود.

۳) نادرست؛ از کلسیم اکسید (آهک) برای کنترل میزان اسیدی بودن آب دریاچه‌ها استفاده می‌شود.

۴) نادرست؛ اکسیدهای فلزی محلول در آب خاصیت بازی دارند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱۶۹- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ هر تغییر شیمیایی می‌تواند شامل یک یا چند واکنش شیمیایی باشد که هر یک از آن‌ها را با یک معادله نشان می‌دهند.

ب) نادرست، علامت $\xrightarrow{\Delta}$ نشان می‌دهد واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.

پ) درست؛ حالت مذاب و رسوب را در معادلهٔ نمادی با حروف l و s نشان می‌دهند.

ت) درست؛ بر اثر اکسایش میخ آهنی جرم آن افزایش می‌یابد زیرا با اکسیژن واکنش می‌دهد یعنی جرم کل مواد موجود در مخلوط واکنش ثابت می‌ماند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۱۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرعلی بیات)*

پرتوهای نشر شده از زمین غالباً در دسته فروسرخ هستند و طول موج، امواج فروسرخ بیشتر از ۷۰۰ نانومتر است. گازهای گلخانه‌ای مثل پوششی شفاف اطراف گلخانه است که کشاورزان استفاده می‌کنند. CO_2 جزء گازهای سه اتمی است که کار O_3 را در هواکره انجام نمی‌دهد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

آزمونیاک | azmooniak

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفترچهٔ پاسخ فرهنگیان

(تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد)

۲۶ بهمن ماه ۱۴۰۳

ریاضی و فیزیک، علوم تجربی و فنی و حرفه‌ای/کاردانش

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۶۴۶۳-۰۲۱

آزمونیاک | azmooniak

تعلیم و تربیت اسلامی

۲۵۱- **گزینهٔ «۱»** (میثم هاشمی)

دینداری بر دو پایه استوار است: تولّی (دوستی با خدا و دوستان او) و تبرّی (بیزاری از باطل و پیروان او).

هرچه دوستی با خدا عمیق‌تر باشد، نفرت از باطل عمیق‌تر است. (رد گزینه‌های ۲، ۳ و ۴)

امام خمینی بر مبنای همین تحلیل، به مسلمانان جهان این‌گونه سفارش می‌کنند: «باید مسلمانان، فضای سراسر عالم را از محبّت و عشق نسبت به ذات حق و نفرت و بغض عملی نسبت به دشمنان خدا لبریز کنند.»

(دین و زندگی۱، دوستی با خدا، صفحهٔ ۱۱۵)

۲۵۲- **گزینهٔ «۳»** (فردین سماقی)

خداوند متعال، شرط اصلی دوستی با خود را عمل به دستوراتش می‌داند که توسط پیامبر (ص) ارسال شده است.

(دین و زندگی۱، دوستی با خدا، صفحهٔ ۱۱۳)

۲۵۳- **گزینهٔ «۳»** (میثم هاشمی)

دینداری با دوستی خدا آغاز می‌شود. (رد گزینه‌های ۱ و ۴) و برائت و بیزاری از دشمنان خدا را به دنبال می‌آورد.

اگر کسی بخواهد قلبش را خانهٔ خدا کند، باید شیطان و امور شیطانی را از آن بیرون کند. (رد گزینهٔ ۲)

(دین و زندگی۱، دوستی با خدا، صفحهٔ ۱۱۵)

۲۵۴- **گزینهٔ «۳»** (یاسین ساعدی)

محبّت و دوستی، سرچشمهٔ بسیاری از تصمیم‌ها و کارهای انسان است.

امام سجاد (ع) در دعای مناجات‌المحبین می‌فرماید: «بار الها! خوب می‌دانم هر کس لذت دوستی‌ات را چشیده باشد، غیر تو را اختیار نکند و آن کس با تو انس گیرد، لحظه‌ای از تو روی‌گردان نشود. بار الها! ای آرمان دل مشتاقان و ای نهایت آرزوی عاشقان! دوست‌داشتنت را از خودت خواهانم.»

(دین و زندگی۱، دوستی با خدا، صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۱)

۲۵۵- **گزینهٔ «۱»** (میثم هاشمی)

نمی‌شود انسان از صمیم دل کسی را دوست داشته باشد اما از فرمانش سرپیچی کند. این سرپیچی نشانهٔ عدم صداقت در دوستی است. (رد گزینه‌های ۳ و ۴)

خداوند در خواسته‌هایش فقط و فقط به مصلحت ما نظر دارد. (رد گزینهٔ ۲)

(دین و زندگی۱، دوستی با خدا، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۲۵۶- **گزینهٔ «۴»** (یاسین ساعدی)

قرآن کریم، یکی از ویژگی‌های مؤمنان را دوستی و محبت شدید آنان نسبت به خدا می‌داند و می‌فرماید:

«وَ مِنَ النّاسِ مَن یَتَّخِذُ مِن دونِ اللهِ أندادا یُحِبّونَهُم کَحُبِّ اللّهِ وَ الّذینَ آمَنوا أشَدُّ حُبًّا لِلّهِ؛ و بعضی از مردم همتایانی را به جای خدا می‌گیرند. آنان را دوست می‌دارند، مانند دوستی خدا اما کسانی که ایمان آورده‌اند به خدا محبت بیشتری دارند.»

(دین و زندگی۱، دوستی با خدا، صفحهٔ ۱۱۲)

۲۵۷- **گزینهٔ «۳»** (میثم هاشمی)

در گزینه‌های «۱، ۲ و ۴» به این مفهوم اشاره دارد که ارزش هر انسانی به اندازهٔ چیزی است که دوست دارد، اما گزینهٔ «۳»، به این مفهوم اشاره نمی‌کند.

(دین و زندگی۱، دوستی با خدا، صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

۲۵۸- **گزینهٔ «۳»** (میثم هاشمی)

دعوت هوی و هوس یا همان نفس امّاره که از ما می‌خواهد که به بعد حیوانی سرگرم و مشغول باشیم و از تمایلات عالی و برتر غافل بمانیم. (رد گزینه‌های ۲ و ۴)

کسی که در مقابل دیگران تن به ذلّت می‌دهد، ابتدا در مقابل تمایلات پست درون خود شکست خورده و تسلیم شده و سپس مغلوب زورگویان و قدرتمندان گردیده و تسلیم خواسته‌های آنان شده است.

(دین و زندگی۲، عزت نفس، صفحهٔ ۱۴۳)

۲۵۹- **گزینهٔ «۴»** (میثم هاشمی)

معصومین بزرگوار (ع) عزت نفس را از ارکان فضایل اخلاقی دانسته‌اند. (رد گزینه‌های ۱ و ۲) که اگر در وجود ما شکل بگیرد، مانع بسیاری از زشتی‌ها خواهد شد. (رد گزینهٔ ۳)

(دین و زندگی۲، عزت نفس، صفحهٔ ۱۳۸)

۲۶۰- **گزینهٔ «۲»** (یاسین ساعدی)

تمایلات عالی و برتر مانند تمایل به دانایی، عدالت، شجاعت، حیا، ایثار و حسن خلق، مربوط به روح الهی و معنوی انسان هستند. ما با رسیدن به این تمایلات احساس موفقیت و کمال می‌کنیم و از آن‌ها لذت می‌بریم.

(دین و زندگی۲، عزت نفس، صفحهٔ ۱۴۲)

آزمونیاک | azmooniak

۲۶۱- **گزینهٔ «۲»** (میثم هاشمی)

با توجه به آیهٔ ۲۶ سورهٔ یونس، برای کسانی که نیکوکاری پیشه کردند، پاداشی نیک و چیزی فزون‌تر است و بر چهرهٔ آنان غبار خواری و ذلّت نمی‌نشیند. (رد گزینه‌های ۱، ۳ و ۴)

(دین و زندگی۲، عزت نفس، صفحهٔ ۱۳۹)

۲۶۲- **گزینهٔ «۲»** (میثم هاشمی)

در گزینهٔ «۲»، «خالق جهان در نظر آنان بزرگ است. از این جهت، غیر خدا در نظرشان کوچک است.» این حدیث از امام علی (ع) اشاره به توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او دارد.

(دین و زندگی۲، عزت نفس، صفحهٔ ۱۴۰)

۲۶۳- **گزینهٔ «۳»** (یاسین ساعدی)

«انسان ذلیل» کسی است که در برابر مستکبران و زورگویان تن به خواری می‌دهد و هر فرمانی را می‌پذیرد؛ همچنین تسلیم هوی و هوس خویش می‌شود و هر کاری را که موافق هوی و هوس او باشد، انجام می‌دهد؛ هر چند که آن کار روحش را به گناه آلوده کند.

(دین و زندگی۲، عزت نفس، صفحهٔ ۱۳۹)

۲۶۴- **گزینهٔ «۴»** (مرتضی محسنی کبیر)

از آن جا که رعایت انصاف در نقد افراد، بسیار مهم است، یعنی اگر به فردی انتقاد داریم، نقطهٔ قوت او را هم بگوییم؛ یعنی معلم هم باید انصاف داشته باشد، قرآن حتی هنگام تحریم قمار و شراب نیز به منافع آن‌ها اشاره کرده و فرموده است: «ضرر آن‌ها بیش از منافعشان است.»

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۲۶۵- **گزینهٔ «۳»** (مرتضی محسنی کبیر)

در بعضی آیات واژهٔ «رسول» با «فیهم» و «منهم» آمده است؛ یعنی رسولی که از مردم و در بین آن‌هاست و با آن‌ها زندگی می‌کنند.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحهٔ ۴۴)

۲۶۶- **گزینهٔ «۱»** (یاسین ساعدی)

از نعمت‌هایی که خداوند به پیامبر اسلام (ص) مرحمت فرمود، سعه صدر بود: «أَلَمْ نَشْرَحْ لَکَ صَدْرَکَ: ای پیامبر آیا به تو شرح صدر عطا نکردیم؟»

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحهٔ ۳۳)

۲۶۷- **گزینهٔ «۲»** (مرتضی محسنی کبیر)

آیهٔ مذکور، نوید صفت «داشتن سوز و حرص» معلم است، ترجمهٔ آیه این است: «شاید خویشتن را (از شدت سوز و حرص مهربانی) هلاک کنی که چرا آن‌ها ایمان نمی‌آورند.»

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۲۶۸- **گزینهٔ «۳»** (مرتضی محسنی‌کبیر)

حضرت زینب (س) با اعتماد به خدا و عزت نفس بعد از شهادت امام حسین (ع) و در حالی که به اسارت رفته بود، سخنرانی کرد و به یزید گفت: «انّی لأستصغرُ قدرک: من قدر تو را کوچک می‌پندارم» آن حضرت با آن سخنرانی، رژیم بنی‌امیه را در عذاب سوزانِ سخنان خود از بین برد.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحهٔ ۴۳)

۲۶۹- **گزینهٔ «۲»** (یاسین ساعدی)

گاه امت‌های پیشین به انبیا جسارت می‌کردند، ولی آن بزرگواران با آرامش و بدون هیجان، جواب نرم به آنان می‌دادند.

قوم حضرت نوح (ع) به او گفتند: «إِنَّا لَنَراک فی ضَلالٍ مُبین: ما تو را در گمراهی آشکاری می‌بینیم.» اما او فرمود: «لَیْسَ بی ضَلالَة».

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحهٔ ۳۲)

۲۷۰- **گزینهٔ «۴»** (مرتضی محسنی کبیر)

خداوند، این دو نام از نام‌های خویش (رئوف و رحیم) را بر هیچ یک از پیامبران جز پیامبر اسلام (ص) اطلاق نکرده است، همچنین آن حضرت را با جملهٔ «عزیزٌ علیه ما عنتُّم» غمخوار امّت معرفی کرده است، به گونه‌ای که هر چه مردم را برنجاند، پیامبر را می رنجاند و این بیانگر اوج محبّت آن حضرت است که سبب جذب مردم می‌باشد.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحهٔ ۵۰)

---

azmooniak | آزمونیاک

هوش و استعداد معلّمی

۲۷۱- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

تأویل: برداشت / زعم: گمان / اقبال: پذیرش

(هوش کلامی)

۲۷۲- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

از عبارت «خانم اصغری به همراه کیان و مادرش به مسافرت رفتند» معلوم نمی‌شود خانم اصغری و کیان، همراه با مادر خانم اصغری به مسافرت رفته‌اند یا همراه با مادر کیان.

(هوش کلامی)

۲۷۳- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

متن در آغاز از وجود دو مفهوم متضاد در یک بیت سخن می‌گوید. سپس سؤالی مطرح می‌کند، و بعد سؤال را صریحتر می‌کند: این مفاهیم متضاد نه در چند بیت که در یک بیت است. متن سپس به توضیح علّت وجود مفاهیم متضاد در یک بیت می‌پردازد.

(هوش کلامی)

۲۷۴- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

متن، برتری جنبه‌ی ادبی حافظ بر جنبه‌ی تعلیمی او را علّتی بر اقبال عمومی او می‌داند، هرچند ابیات حافظ وحدت ایدئولوژیک ندارد.

(هوش کلامی)

۲۷۵- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

بیت «ب» از اختیار آدمی سخن می‌گوید و بیت «ج» از جبر و سرنوشت و تغییرناپذیریِ آن.

(هوش کلامی)

۲۷۶- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

معلوم نیست اگر گونه‌های دیگر میمون مانائوس را از مانائوس خارج کنیم، می‌توانند به زندگی ادامه دهند یا خیر. همچنین میمون‌ها لزوماً آموزش‌پذیر نیستند که بتوانیم با سخت‌تر کردنِ اوضاع، به آن‌ها یاد دهیم مثل بقیهٔ میمون‌ها با مردم کنار بیایند. پایین آمدنِ تامارین‌ها از درخت‌ها، لزوماً محقّق نمی‌شود و اگر هم محقّق شود، لزوماً به حفظ آن‌ها منجر نمی‌شود. بهترین کار این است که دقیقاً با مشکل اصلی یعنی «قطع درختان» مقابله کنیم، یعنی درخت‌هایی با رشد سریع بکاریم تا راه‌هایی برای فرار تامارین‌ها به اعماق جنگل گشوده شود.

(هوش کلامی)

۲۷۷- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

بر اساس متن صورت سؤال می‌توان گفت مسابقهٔ فوتبال بین بارسلونا و اسپانیول، یکی از مسابقات جذّاب برای مردم ایالت کاتالونیاست، نه همهٔ فوتبال‌دوستان. متن اشاره می‌کند بخشی از مردم ایالت کاتالونیا خواهان جدایی از اسپانیا هستند، نه این‌که این ایالت از اسپانیا جدا شده است. همچنین متن اشاره می‌کند که تنها یکی از دو تیم فوتبال ایالت، برای قهرمانی در مسابقات باشگاهی اسپانیا رقابت می‌کند، یعنی تیم دیگر برای قهرمانی نمی‌جنگد و برندهٔ مسابقهٔ فوتبال بین این دو تیم، قهرمان مسابقات باشگاهی اسپانیا را مشخّص نمی‌کند. امّا از متن می‌توان نتیجه گرفت که جذّابیت مسابقهٔ فوتبال بین اسپانیول و بارسلونا، به نتیجهٔ مسابقه محدود نمی‌شود. طبقِ ادّعای متن صورت سؤال، این مسابقه در حالی برای مردم ایالت کاتالونیا جذّاب است که یکی از تیم‌ها بر دیگری غالب است، پس نتیجه مهم نیست.

(هوش کلامی)

آزمونیاک | azmooniak

۲۷۸- گزینهٔ «۱» *(مهدی وکلی فراهانی)*

اطلاعات داده‌شده را در جدول جمع می‌کنیم:

	حیوان	باشگاه	کشور	نوشیدنی
هادی			اردن	
اعلا	گربه	فولاد		آب
تهمینه				شیر
صدف		تراکتور		

می‌دانیم کسی که کارت «آب» دارد، کارت «فولاد» هم دارد و این شخص اعلاست. این نکته را هم به جدول اضافه می‌کنیم. هم‌چنین می‌دانیم تهمینه نه کارت چای دارد و نه کارت قهوه. کارت آب هم که برای اعلا است، پس کارتِ تهمینه شیر است.

حال مجدداً داده‌ها را بررسی و در جدول وارد می‌کنیم. دقت کنید کارتِ باشگاهِ هادی ملوان نیست. کارت‌های فولاد و تراکتور هم که به‌ترتیب متعلق به اعلا و صدف است. پس تکلیف کارت‌های باشگاه معلوم است.

	حیوان	باشگاه	کشور	نوشیدنی
هادی	سگ	سپاهان	اردن	قهوه
اعلا	گربه	فولاد	لبنان	آب
تهمینه	قناری	ملوان	سوریه	شیر
صدف	طوطی	تراکتور	عراق	چای

کسی که کارت سگ دارد، کارتِ قهوه دارد. پس تهمینه کارتِ سگ ندارد. از طرفی کارت حیوان تهمینه طوطی هم نیست، چون آن که کارت حیوانش طوطی است، نوشیدنی شیر ندارد. گربه هم که حیوان اعلاست. پس کارتِ حیوان تهمینه قناری است. آن که کارت حیوانش قناری است، کارت کشورش سوریه است، پس کارت کشور تهمینه سوریه است.

کارت حیوان صدف سگ نیست و کشورش هم لبنان نیست. پس، عراق است و سگ کارت حیوانِ هادی است و لبنان کارت کشور اعلا. کارت قهوه هم از آنِ هادی است که سگ دارد و کارت نوشیدنی صدف، چای است.

(منطقی و ریاضی)

۲۷۹- گزینهٔ «۱» *(مهدی وکلی فراهانی)*

طبق پاسخ قبلی هادی کارت‌های سگ و قهوه دارد.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۰- گزینهٔ «۱» *(مهدی وکلی فراهانی)*

طبق پاسخ‌های قبلی، صدف هر دو کارت تراکتور و طوطی را دارد.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۱- گزینهٔ «۴» *(مهدی وکلی فراهانی)*

طبق پاسخ‌های قبلی همهٔ کارت‌ها تعیین تکلیف شده‌اند.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۲- گزینهٔ «۳» *(حمید کنبی)*

هر کدام از داده‌ها به تنهایی ما را به پاسخ نمی‌رساند. ولی با داشتن هر دو داده می‌توان معادله‌های زیر را نوشت. سنّ برنا را x، سنّ دانا را y و سنّ جانا را z درنظر می‌گیریم، از «الف» داریم:

$$(x-۳)=۳(z-۳),(y-۳)=۲(z-۳)$$

$$\Rightarrow \frac{y-۳}{۲}=\frac{x-۳}{۳}\Rightarrow ۳y-۹=۲x-۶\Rightarrow y=\frac{۲x+۳}{۳}$$

و از «ب» داریم:

$$(x-۶)=۲(y-۶)\Rightarrow x-۶=۲y-۱۲\Rightarrow y=\frac{x+۶}{۲}$$

حال از دو معادله داریم:

$$\frac{x+۶}{۲}=\frac{۲x+۳}{۳}\Rightarrow ۳x+۱۸=۴x+۶\Rightarrow x=۱۲$$

$$\Rightarrow y=\frac{۱۲+۶}{۲}=۹$$

در نتیجه برنا، ۳ سال از دانا بزرگتر است.

(هوش منطقی ریاضی)

---

azmooniak | آزمونیاک

۲۸۳- گزینهٔ «۱» *(حمید کنبی)*

دادهٔ «ب» بدیهی است و دانشی به ما اضافه نمی‌کند. اما اگر محیط هر مربع کوچک را بدانیم، طول ضلع آن معلوم است و چون می‌دانیم طول و عرض مستطیل در شکل، به‌ترتیب شش و چهار برابر طول هر مربع است، مساحت مستطیل معلوم می‌شود:

$$\text{محیط مربع} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{ضلع مربع} = \frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \text{طول مستطیل} = 6 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{عرض مستطیل} = 4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۴- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

میزان کار «الف» و«ب» در هر ساعت، به‌ترتیب $\frac{1}{16}$ و $\frac{1}{12}$ از کل کار است.

پس از دو ساعت، این دو مجموعاً $2 \times (\frac{1}{12} + \frac{1}{16}) = 2 \times (\frac{4+3}{48}) = \frac{7}{24}$ از کار را انجام می‌دهند. با اضافه شدن «ج»، این دو توان کاری خود را تا $\frac{6}{7}$ کاهش می‌دهند و کار چهار ساعت بعد تمام می‌شود. پس $\frac{17}{24}$ از کار باقی‌مانده و «الف» و «ب» در هر ساعت $\frac{6}{7} \times \frac{7}{48} = \frac{1}{8}$ از کار را انجام می‌دهند. اگر کار «ج» در هر ساعت x باشد، داریم:

$$4 \times (\frac{1}{8} + x) = \frac{17}{24} \Rightarrow 4x = \frac{17}{24} - \frac{4}{8} = \frac{17}{24} - \frac{12}{24} = \frac{5}{24}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{96}$$

پس کار x در هر ساعت $\frac{5}{96}$ از کل کار است.

و کل کار برای او به تنهایی $\frac{96}{5} = 19/2$ ساعت طول می‌کشد.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۵- گزینهٔ «۳» *(فرزاد شیرممدلی)*

عدد هر ساعت در الگوی صورت سؤال از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{6 \times 2}{4} = 3, \frac{5 \times 2}{10} = 1$$

$$\frac{16 \times 1}{2} = 8, \frac{8 \times 3}{4} = 6$$

$$\frac{9 \times 4}{4} = 9, \frac{2 \times ?}{5} = 4$$

$$\Rightarrow ? = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

(هوش منطقی ریاضی)

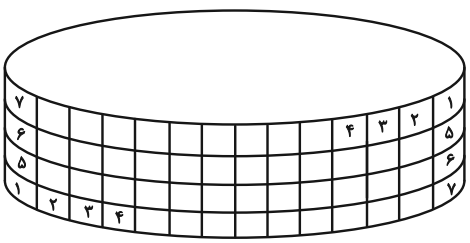
۲۸۶- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

سه نقش در صورت سؤال متوالیاً آمده‌اند که هر کدام طولی دو واحدی از شکل را منقش کرده‌اند. شکل نیز چهار حرف نخست الفبای فارسی است.

(هوش غیرکلامی)

۲۸۷- گزینهٔ «۴» *(هادی زمانیان)*

طرح‌های شکل نوعی تقارن دارند:



(هوش غیرکلامی)

---

azmooniak | آزمونیاک

۲۸۸- گزینهٔ «۱» *(فاطمه راسخ)*

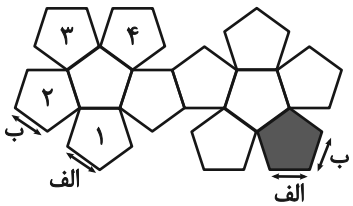
الگوی صورت سؤال، ترکیب شکل ثابت هر ستون و ردیف است، به روش مقابل:

	الف	ب
ج	الف ج	ب ج
د	الف د	ب د

(هوش غیرکلامی)

۲۸۹- گزینهٔ «۱» *(محمّدامین طه‌زاده)*

یال‌های کنار هم در حجم نهایی:



(هوش غیرکلامی)

۲۹۰- گزینهٔ «۲» *(هادی زمانیان)*

دقت کنید بریدگیِ مورّب در پایین شکل، تأثیری در سایه ندارد، چرا که پشت آن کاملاً پوشانده شده است. به اختلاف ارتفاع ستون‌های چپ و راستِ شکل نیز دقت کنید.

(هوش غیرکلامی)

---

azmooniak | آزمونیاک